This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

**Über dieses Buch**

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

**Nutzungsrichtlinien**

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

**Über Google Buchsuche**

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

QC
71
L6

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.

Class

# SICHTBARE UND UNSICHTBARE BEWEGUNGEN

# SICHTBARE UND UNSICHTBARE BEWEGUNGEN

VORTRÄGE

AUF EINLADUNG DES VORSTANDES DES DEPARTEMENTS LEIDEN
DER MAATSCHAPPIJ TOT NUT VAN 'T ALGEMEEN
IM FEBRUAR UND MÄRZ 1901

GEHALTEN VON

H. A. LORENTZ

UNTER MITWIRKUNG DES VERFASSERS AUS DEM HOLLÄNDISCHEN ÜBERSETZT

VON

G. SIEBERT

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

MIT 40 EINGEDRUCKTEN ABBILDUNGEN

BRAUNSCHWEIG
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN
1902

QC 71
L6

# INHALT.


| | | Seite |
|---|---|---|
| I. | Geradlinige Bewegungen | 1 |
| II. | Krummlinige Bewegungen | 17 |
| III. | Schwingende Bewegungen. Lichtstrahlen | 35 |
| IV. | Lichtschwingungen | 54 |
| V. | Molekularbewegungen | 73 |
| VI. | Elektrische Erscheinungen | 87 |
| VII. | Die Erhaltung der Energie | 106 |


105409

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

# I.

## Geradlinige Bewegungen.

Als ich vom Vorstande der Gemeinnützigen Gesellschaft[1]) die Einladung erhielt, vor Ihnen einige Vorträge über physikalische Gegenstände zu halten, habe ich mich gern dazu bereit erklärt, in der Hoffnung, dafs es mir gelingen werde, Ihnen aus dem Bilde, welches die heutige Physik bietet, etwas, was für Sie der Mühe lohnt, vorzuführen. Es kann nicht meine Absicht sein, Sie dieses Bild in seinem ganzen Umfange überblicken zu lassen. Dazu müfsten wir uns in einer so grofsen Entfernung aufstellen, dafs Ihnen fast jede Einzelheit entgehen würde. Eine solche flüchtige Betrachtung würde Ihnen aber sicher nicht willkommen sein. Auch will ich nicht um jeden Preis und auf die Gefahr hin, nur halb verständlich zu sein, Ihre Aufmerksamkeit auf das am meisten hervorleuchtende und in die Augen fallende lenken, obschon die Versuchung grofs ist, neue Entdeckungen und Theorieen in den Vordergrund zu stellen und sich über grofse allgemeine Fragen oder über praktische Anwendungen zu verbreiten, auf die unsere Zeit mehr als irgend eine frühere mit Genugthuung hinweisen kann. So viel darf ich Ihnen nicht versprechen. Wenn Sie wirklich einen Einblick in den Gang physikalischer Betrachtungen gewinnen wollen, so müssen Sie sich in die Probleme, mit denen wir uns beschäftigen, vollständig hineindenken können. Einfach müssen diese also mit Rücksicht auf die zur Verfügung stehende Zeit sein. Dennoch hoffe ich sie so wählen zu können, dafs sie Ihrer Aufmerksamkeit würdig sind.

Nach diesem Arbeitsplan müssen wir mit dem Anfang anfangen, und dieser ist für die Physik die sogenannte Mechanik, die Lehre von den Bewegungserscheinungen, eine an und für sich sehr umfangreiche Wissenschaft, teils durch die Ausdehnung ihres Gegenstandes, teils durch die Vielseitigkeit ihrer Methoden. Sie umfafst alle Bewegungen, die wir um uns herum sehen, das Fallen der Körper, das Strömen des Wassers, die Winde in der Atmosphäre, und sie müssen wir zu Rate ziehen, wenn wir Maschinen bauen wollen, die uns zu grofser Kraftentwickelung oder zu feiner mechanischer Arbeit befähigen

[1]) Der holländische Name der Gesellschaft ist auf dem Titelblatt genannt.

sollen. Sie erhebt sich hoch über die Erde und findet als „mécanique céleste“ in der Bewegung der Himmelskörper das Arbeitsfeld, auf dem sie ihre Kräfte am meisten geübt und ihre besten Lorbeeren gepflückt hat. Andererseits steigt sie in das Kleine und Unsichtbare hinab und stellt Regeln für die Schwingungen des Schalles und des Lichtes und für die verborgenen Bewegungen auf, in denen wir das Wesen der Wärme und mancher anderer Erscheinungen erblicken.

Ihre Methoden sind mathematische, denn sie arbeitet stets mit Mafs und Zahl. Um bei der fast verwirrenden Mannigfaltigkeit der Erscheinungen unserem Denkvermögen zu Hilfe zu kommen, stellt sie alle Hilfsmittel der Mathematik in ihren Dienst, und wenn sie etwas bedauert, so ist es das, dafs ihr die Mathematik nicht noch viel mehr Hilfe zu leisten vermag.

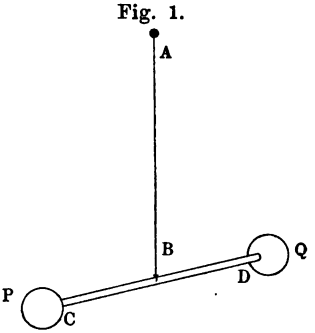
Aber so würden Sie fast den Eindruck bekommen, dafs Sie gute Mathematiker sein müssten, um von diesem Allen etwas zu verstehen. Dies ist jedoch durchaus nicht der Fall. Die Grundlehren der Mechanik sind sehr einfach, und die Begründer dieser Wissenschaft, Galilei, Huygens, Newton, haben sich vielfach solcher Rechnungen bedient, denen jeder von Ihnen bei einiger Geduld folgen könnte. Ueberdies werden Sie wohl, sobald Sie nur einsehen, dafs das eine oder andere der mathematischen Behandlung zugänglich ist, die Ausführung der Rechnung einem Mathematiker überlassen und seinen Resultaten Vertrauen schenken, ohne sie nachzurechnen, ebenso wie Sie es glauben werden, dafs man aus der Länge der drei Seiten eines Dreiecks die Gröfse der Winkel berechnen kann, wenn Sie vielleicht auch selbst nicht imstande sind, die Rechnung auszuführen.

Die Erscheinungen, auf die wir uns heute Abend beschränken wollen, sind von der allereinfachsten Art. Wir wollen nicht viel mehr besprechen als Bewegungen längs einer geraden Linie und die Umstände, unter denen sie stattfinden. Beispiele davon kennen Sie genug, und die Redensart, dafs eine solche Bewegung durch eine Kraft hervorgebracht wird, die einige Zeit wirkt, ist Ihnen nicht neu. Wir drücken oder ziehen z. B. einen Schlitten fort und üben dann, wie man zu sagen pflegt, eine Kraft in der Richtung der Bewegung aus. In anderen Fällen sagen wir, dafs nicht von uns selbst, sondern von einem anderen Gegenstande eine Kraft auf den in Bewegung kommenden Körper ausgeübt wird. Wenn z. B. der Schlitten vermittelst eines Strickes fortgezogen wird, so erleidet er direkt eine Einwirkung nur von diesem letzteren. Wenn dieser etwas ausgereckt wird, so strebt er sich wieder zusammenzuziehen und übt auf den Schlitten eine Kraft aus, die wir die Spannung des Strickes nennen. Auch drücken oder stofsen kann der eine Körper gegen den anderen. Denken Sie nur an den Wasserdampf, der den Kolben einer Dampfmaschine in Bewegung setzt, an die Wirkung des Wassers auf die Schaufeln eines Wasserrades, an einen Hammer, mit dem ein Ball fortgeschlagen wird, u. s. w.

In anderen Fällen sehen wir einen Körper einen anderen mit sich fortziehen durch eine Kraft, die nicht senkrecht auf die Berührungsfläche der beiden Körper, sondern in der Berührungsfläche selbst wirkt. Wenn ich z. B. einen Block, der auf dem Tische liegt, in horizontaler Richtung fortziehe, dann wird der Block den Tisch mit sich fortziehen, vorausgesetzt, dafs dieser leicht in Bewegung zu setzen ist. Die Kraft, welche diesmal im Spiele ist, nennen wir die Reibung.

Alle diese Beispiele sind auf den ersten Blick sehr einfach, obgleich man bei tieferem Nachdenken über dieselben noch auf manche Rätsel stöfst. Es giebt aber andere Erscheinungen, die uns von vornherein einen geheimnisvollen und fremdartigen Eindruck machen. Der Magnet, den ich hier in der Hand halte, zieht diese eiserne Kugel nach sich hin, wie wir beobachten können, wenn wir die Kugel $P$ (Fig. 1) an dem Ende eines Stabes $CD$ befestigen, der in seiner Mitte $B$ so an einem dünnen Metalldraht aufgehängt ist, dafs er sich leicht in einer horizontalen Ebene drehen kann. Es ist, als ob unsichtbare Fäden zwischen dem Magneten und dem Eisen liefen, und kein Physiker zweifelt denn auch daran, dafs hier ein zwischen den beiden Körpern befindlicher Stoff, ein Mittelstoff oder ein Medium, wie man zu sagen pflegt, im Spiel ist. Auch ist es klar, dafs dieser Stoff nicht so auf das Eisen einwirken könnte, wie er es thut, wenn nicht sein Zustand durch den Einfluſs des Magneten in irgend einer Weise verändert würde, aber man kann sich denken, wieviel mehr Mühe es gekostet haben mufs, von diesen Veränderungen einige Kenntnis zu bekommen, als von der Ausreckung eines Strickes, vermittelst dessen ein Körper fortgezogen wird. Wir vertiefen uns in alles dies nicht, sondern leiten daraus nur die Berechtigung ab, uns die Anziehung des Eisens durch den Magneten unter dem Bilde des Fortziehens durch ein gespanntes Seil vorzustellen.

Fig. 1.




Anziehende und auch abstofsende Kräfte treffen wir in der Natur sehr zahlreich an. Ich kann z. B. den Stab $CD$ in Fig. 1 durch einen Magnetstab ersetzen und Ihnen zeigen, wie zwischen den Enden oder Polen des Magnetstabes und eines Magneten, den ich in der Hand halte, Anziehungen und Abstofsungen wirksam sind. Oder ich kann in ähnlicher Weise wie $CD$ einen beliebigen Metallstab aufhängen und zeigen, dafs dieser durch einen Glasstab, den ich mit einem seidenen Lappen gerieben und dadurch elektrisiert habe, angezogen wird. Ich kann diesen Versuch mit demselben Erfolge anstatt mit einem Glasstabe mit einer Harz- oder Siegellackstange wiederholen, die mit einem wollenen Lappen oder mit einem Katzenfell gerieben ist. Endlich

könnte ich Ihnen zeigen, dafs das Glas und der Siegellack, die zu diesen Beobachtungen gedient haben, obwohl sie beide elektrisiert werden, doch nicht in jeder Hinsicht dieselben Wirkungen ausüben. Hänge ich nämlich anstatt des Magnetstabes den geriebenen Glasstab auf, so zeigt sich, dafs dieser durch ein anderes elektrisiertes Stück Glas abgestofsen, dagegen von einem elektrisierten Stück Siegellack angezogen wird.

In allen diesen Fällen könnten wir dieselben Bemerkungen machen wie bei der Wirkung des Magneten auf das Eisen, und dasselbe könnten wir auch in Bezug auf diejenige Kraft thun, die das Fallen der Körper bewirkt, die Schwerkraft oder die Anziehungskraft der Erde.

Nachdem wir nun eine gewisse Anzahl von Kräften kennen gelernt haben, müssen wir einige allgemeine Sätze oder Naturgesetze als Ausgangspunkte für unsere weiteren Betrachtungen wählen. Wir fragen zunächst: Was wird geschehen, wenn auf einen Körper überhaupt keine Kraft einwirkt? Natürlich wird er dann, wenn er in Ruhe ist, in Ruhe bleiben. Hat er aber bereits eine Bewegung, so behält er diese unverändert bei, d. h. er bewegt sich in gerader Linie weiter, und zwar so, dafs er in gleichen Zeiten gleich grofse Strecken zurücklegt. Legt er z. B. in der ersten Sekunde einen Weg von 15 cm zurück, so legt er in jeder folgenden Sekunde ebenfalls 15 cm, in jeder halben Sekunde 7,5 cm und in jeder zehntel Sekunde 1,5 cm zurück.

Wir müssen uns vorstellen, dafs dieses Gesetz aus der Beobachtung abgeleitet ist, obgleich wir niemals einen Versuch ausführen können, bei dem die Voraussetzung, dafs keine Kraft auf den Körper wirkt, vollkommen erfüllt ist. Wir setzen z. B. eine Kugel, die auf einem horizontalen Tische liegt, durch einen Schlag mit dem Hammer in Bewegung. Natürlich wirkt dann während der Berührung des Hammers mit der Kugel eine Kraft, und diese ist die Ursache der Bewegung, doch darüber wollen wir für den Augenblick nicht sprechen. Wir wollen nur auf die Bewegung achten, nachdem der Stofs vorüber ist. Dann sehen wir in der That die Kugel in gerader Linie fortschreiten, und der erste Teil des Gesetzes findet also seine Bestätigung. Allein was die in den aufeinander folgenden Sekunden durchlaufenen Wege betrifft, so werden diese kleiner und kleiner, und nach einiger Zeit liegt die Kugel still.

Ich brauche Ihnen kaum zu sagen, wie wir die Sache auffassen müssen. Jeder weifs, dafs die Bewegung um so schneller aufhört, je rauher die Oberflächen sind, und jeder wird es daher natürlich finden, dafs wir die Verzögerung der Bewegung dem Umstande zuschreiben, dafs die Tischplatte infolge der Rauheit eine der Bewegungsrichtung entgegengesetzte Kraft ausübt, und dafs die Bewegung niemals aufhören würde, wenn wir diese Kraft, die Reibung, durch Glätten der Oberfläche vollständig entfernen könnten. Unser Gesetz würde seine Bestätigung finden, wenn wir nur die Bedingung, von der es spricht, erfüllen könnten.

Besser als bei geradlinigen Bewegungen können wir bei rotierenden Körpern beobachten, wie lange die Bewegung fortdauern kann, wenn die Reibung oder Widerstände anderer Art, die zu überwinden sind, nur klein genug sind. Wie lange kann nicht ein guter Kreisel laufen, und die Drehung der Erde um ihre Achse ist jedenfalls nur in äusserst geringem Grade veränderlich. Man kann aus astronomischen Beobachtungen ableiten, dafs die Zeit, welche die Erde zu einer Umdrehung braucht und die 24 Stunden beträgt, sicher in einem Jahrhundert nicht um den hundertsten Teil einer Sekunde zunimmt. Wenn jemals eine kleine Zunahme festgestellt werden sollte, so würde dies ein Beweis sein, dafs irgend ein Widerstand vorhanden ist, dem man nachzuspüren haben würde.

Um nun wieder auf die geradlinige Bewegung zurückzukommen, und zwar auf diejenige, bei der in gleichen Zeiten gleich lange Wege durchlaufen werden, also die Bewegung *ohne* Kraft, mufs ich Sie noch mit einigen Namen bekannt machen. Man nennt eine solche Bewegung *gleichförmig*, und sagt, dafs sie um so schneller ist, je weiter der Körper in einer bestimmten Zeit kommt. Als Mafs für die Geschwindigkeit wollen wir den Weg nehmen, der in der Sekunde durchlaufen wird. Wir sprechen daher in dem soeben angeführten Beispiele von einer Geschwindigkeit von 15 cm per Sekunde.

Die weiteren Bewegungsgesetze belehren uns über die Gröfse der Geschwindigkeit, die ein Körper unter diesen oder jenen Umständen bekommt. Wir wollen diese Gesetze aus Versuchen ableiten, allerdings nicht aus Versuchen, die ich wirklich vor Ihnen ausführe, sondern aus Versuchen, die wir nur in Gedanken machen, wobei die Umstände so günstig als möglich angenommen und die bei wirklichen Versuchen vorhandenen störenden Einflüsse vollständig hinweggedacht werden. Aber Sie können versichert sein, dafs, wenn das, was ich jetzt sagen werde, nicht wahr wäre, sich dies auch bei dem aufmerksamen Studium wirklicher Erscheinungen bemerkbar machen würde.

Wir beginnen damit, die auf einen Körper wirkende Kraft, die, wie jeder sofort begreift, grofs oder klein sein kann, zu *messen*. Dazu mufs eine *Krafteinheit* gewählt werden, ebenso wie wir zur Messung von Längen und Zeiten eine Längeneinheit und eine Zeiteinheit haben müssen. Wie wir diese Wahl treffen, darauf kommt vorläufig wenig an. Am nächsten liegt es wohl, als Einheit diejenige Kraft zu nehmen, mit der die Erde irgend einen Gegenstand, z. B. ein Stück Messing von bestimmter Gröfse, anzieht, also das *Gewicht* dieses Stückes Metall. Stellen Sie sich vor, wir hätten eine Anzahl von Messingstücken, die alle gleich dieser Gewichtseinheit sind. Weiter ist noch ein Mefsinstrument erforderlich. Dazu nehmen wir einen spiralförmig aufgewundenen elastischen Metalldraht, d. h. einen Draht, der die Eigenschaft hat, nach einer Ausdehnung, wenn wir ihn wieder sich selbst überlassen, zur ursprünglichen Länge zurückzukehren.

Eine solche Feder, wie sie Ihnen von der Briefwage und von anderen Wagen für den häuslichen Gebrauch bekannt ist, eichen wir dadurch, daſs wir nacheinander ein, zwei, drei u. s. w. von unseren Gewichtseinheiten an die Feder anhängen und beobachten, um wieviel sie jedesmal in die Länge gezogen wird. Wenn dies geschehen ist, kann ich auch, wenn ich mit der Hand an der Feder ziehe, aus der Gröſse der Verlängerung auf die Gröſse der von mir ausgeübten Kraft schlieſsen, und dies nicht nur, wenn das andere Ende der Feder an einem festen Punkte befestigt ist, sondern auch, wenn ich es an irgend einen Körper anhake und diesen dann vermittelst der Feder, z. B. in horizontaler Richtung, fortziehe. Auch dann ersehe ich in jedem Augenblicke aus der Gröſse der Verlängerung die Gröſse der Kraft. Man hat z. B. sogenannte Dynamometer, die auf diesem Prinzip beruhen — nur hat die Feder eine andere Form — mit denen man die Kraft messen kann, die ein vor einen Wagen gespanntes Pferd ausübt.

Die Versuche, die wir in Gedanken ausführen, und die Gesetze, die wir aus ihnen ableiten, sind nun die folgenden.

I. Wir lassen auf ein und denselben Körper eine Kraft von konstanter Gröſse wirken, aber einmal eine kürzere Zeit, ein andermal eine längere Zeit. Nach Ablauf dieser Zeit, also nachdem die Kraft aufgehört hat zu wirken, besitzt der Körper eine gleichförmige Bewegung. Wir messen die Geschwindigkeit dieser Bewegung, also die Geschwindigkeit, die der Körper durch die Wirkung der Kraft bekommen hat. Es ergiebt sich, daſs diese Geschwindigkeit der Zeit proportional ist, während welcher die Kraft gewirkt hat. Wenn z. B. eine bestimmte Kraft in einer Sekunde einem Körper eine Geschwindigkeit von $q$ cm per Sekunde erteilt, so erteilt sie diesem Körper, wenn sie 3 oder 5 oder 8,5 Sekunden wirkt, eine Geschwindigkeit von $3\,q$, $5\,q$ oder $8{,}5\,q$ cm per Sekunde.

Wir haben uns hierbei vorgestellt, daſs wir die Geschwindigkeit messen, nachdem die Kraft aufgehört hat zu wirken, und dann ist diese Messung bequem auszuführen. Aber auch während die Kraft noch wirksam ist, hat der Körper in jedem Augenblick eine Geschwindigkeit von bestimmter Gröſse. Nehmen Sie z. B. an, die Kraft wirke zwei Sekunden lang und der Körper habe am Schlusse dieser zwei Sekunden die Geschwindigkeit $2\,q$ erlangt. Dann hat er in dem Augenblicke, in welchem die Kraft eine Sekunde lang gewirkt hat, bereits die Geschwindigkeit $q$, die er beibehalten würde, wenn in diesem Augenblicke die Kraft aufhörte, und die wir dann bequem messen könnten. Bleibt die Kraft bestehen, dann können wir die Geschwindigkeit nicht so bequem messen, da sie, während wir dies thun, sich schon wieder ändert. Aber wir können es doch in Gedanken thun. Wir können uns vorstellen, daſs wir mitten im Laufe der Bewegung den Körper eine sehr kurze Zeit, eine zehntel Sekunde, eine hundertstel Sekunde oder, wenn sich während dieser Zeit der Bewegungszustand noch zu

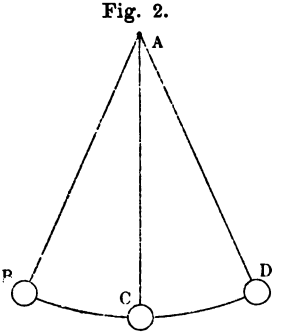
viel ändert, eine millionstel Sekunde lang ins Auge fassen, um zu sehen, wie weit er in dieser kurzen Zeit kommt, und daraus ableiten, wie weit er in einer vollen Sekunde kommen würde, wenn er in derselben Weise weiterginge. So bekommen wir ein Maſs für die Geschwindigkeit in jedem Augenblicke bei einer ungleichförmigen oder veränderlichen Bewegung, und wir sehen nun, wie die Geschwindigkeit während der Wirkung einer konstanten Kraft allmählich, und zwar genau proportional der Zeit zunimmt. Mit Rücksicht hierauf sprechen wir von einer gleichförmig beschleunigten Bewegung. Diese muſs immer entstehen, wenn die Kraft stets dieselbe ist. Wer also fortwährend gleich stark gegen einen Schlitten drückt, würde diesem, wenn kein Widerstand da wäre, schlieſslich jede beliebige Geschwindigkeit erteilen können. Allerdings müſste er selbst ebenso schnell fortfliegen können.

Maſsgebend für die Wirkung einer Kraft ist nach dem Gesagten die Geschwindigkeit, die sie in einer Sekunde einem Körper erteilt und die zu der Geschwindigkeit, die der Körper bereits hat, hinzukommt. Wir nennen die per Sekunde erlangte Geschwindigkeit die Beschleunigung.

II. Wir lassen Kräfte von verschiedener Gröſse wirken, aber immer auf denselben Körper und immer dieselbe Zeit lang. Wir finden, daſs die erlangte Geschwindigkeit der Gröſse der Kraft proportional ist. Daher ist auch die Beschleunigung der Gröſse der Kraft proportional.

III. Wir untersuchen endlich den Fall, daſs eine und dieselbe Kraft nacheinander auf verschiedene Körper ausgeübt wird. Diese letzteren sollen zunächst Körper sein, die aus derselben Substanz, z. B. Eisen, bestehen, bei denen aber das Volum und folglich die Menge Stoff, die sie enthalten, verschieden ist. Der eine Körper ist z. B. dreimal so groſs als der andere. Dann beobachtet man, daſs die Beschleunigung, welche er erlangt, gleich dem dritten Teile der Beschleunigung ist, die dem kleineren Körper erteilt wird. Wenn sich die Stoffmengen wie die Zahlen 4 und 7 verhalten, dann verhalten sich die Beschleunigungen wie 7 zu 4. Überhaupt verhalten sich die durch eine bestimmte Kraft hervorgebrachten Beschleunigungen umgekehrt wie die Stoffmengen oder wie die Massen. Handelt es sich nämlich um die gröſsere oder geringere Leichtigkeit, mit der die Körper in Bewegung gesetzt werden können, so ist es üblich, die Stoffmenge mit dem Worte Masse zu bezeichnen.

Fig. 2.




Wir müssen nun auch noch verschiedene Substanzen mit einander vergleichen, und wir wollen dabei von der Wahrnehmung ausgehen, daſs alle Körper an demselben Orte und wenn vom Widerstande der Luft abgesehen werden kann, gleich schnell fallen, wovon wir uns

leicht durch Beobachtung eines Pendels überzeugen können. Dieses besteht in seiner einfachsten Form aus einem Kügelchen $C$, welches an einem Faden aufgehängt ist (Fig. 2, a. v. S.). Wenn ich die Kugel in die Höhe hebe, z. B. bis in den Punkt $B$, und sie dann loslasse, so fällt sie den Kreisbogen $BC$ herab, steigt auf der anderen Seite auf dieselbe Höhe, die sie in $B$ hatte, kehrt dann zurück und schwingt in dieser Weise hin und her, und zwar so, dafs zu der Bewegung von $B$ nach $C$, von $C$ nach $D$, von $D$ nach $C$ u. s. w. jedesmal dieselbe Zeit gebraucht wird. Es zeigt sich nun, dafs zwei Pendel von derselben Länge, bei denen die Kugeln aus verschiedenen Substanzen bestehen, bei ihren Schwingungen gleichen Schritt halten. Hieraus ersehen wir, dafs verschiedene Körper den Kreisbogen $BC$ mit derselben Geschwindigkeit herabfallen, und Sie können versichert sein, dafs dies auch für den freien Fall gilt, wenn nur der Widerstand der Luft nicht zu viel Einfluſs hat.

Nehmen Sie nun an, wir hätten ein Stück Eisen und ein Stück Blei von demselben Gewicht, wovon wir uns leicht durch eine Wage überzeugen können. Wenn nun diese Körper fallen, dann bekommen sie dieselbe Beschleunigung, und die Thatsache, dafs sie dasselbe Gewicht haben, dafs sie also gleich stark von der Erde angezogen werden, beweist uns, dafs sie die gleich grofsen Beschleunigungen durch gleich grofse Kräfte bekommen. Dann müssen aber auch andere Kräfte, die einander gleich sind, und die ich z. B. in horizontaler Richtung durch Spiralfedern ausüben könnte, den Körpern gleiche Beschleunigungen erteilen. Zöge ich z. B. an jedem mit einer Kraft, die gleich dem dritten Teile seines Gewichtes ist, dann würde sowohl bei dem einen als auch bei dem anderen Körper die Beschleunigung gleich dem dritten Teile derjenigen sein, die ihnen die Schwerkraft erteilt. Überhaupt können die beiden Körper von gleichem Gewicht gleich leicht in Bewegung gebracht werden, und dies drücken wir dadurch aus, dafs wir ihnen gleiche Massen zuschreiben. Wenn ich nun das Stück Eisen unverändert lasse, das Stück Blei dagegen durch ein anderes, welches doppelt so grofs ist, ersetze, dann wird natürlich dieselbe Kraft dem neuen Stück Blei eine Beschleunigung erteilen, die halb so grofs ist als die, welche sie dem Eisen erteilt. Es liegt auf der Hand, zu sagen, dafs dieses Stück Blei eine doppelt so grofse Masse hat als das Eisen, und wenn wir diese beiden verschiedenen Substanzen vergleichen, so zeigt es sich also wieder, dafs die Beschleunigung der Masse umgekehrt proportional ist. So überzeugen wir uns von der allgemeinen Gültigkeit dieses Gesetzes. Zugleich wissen wir jetzt, dafs man die Massen zweier Körper dadurch vergleichen kann, dafs man sie wiegt.

Der Einfluſs der Gröfse der Masse macht sich bei zahlreichen Erscheinungen bemerkbar. Sie fällt z. B. bei schwingenden Bewegungen leicht ins Auge. Wenn ich an der Kugel des soeben beschriebenen Pendels etwas befestigen könnte, was selbst der Schwerkraft nicht

unterworfen ist, dann würde infolge der Vergrößerung der Masse die Bewegung von $B$ nach $C$ langsamer vor sich gehen, und die Dauer dieser Bewegung, also auch die Dauer einer ganzen Schwingung, würde daher größer werden.

Ein Stoff, der dem Einfluß der Schwerkraft nicht unterworfen ist, ist nicht zu finden, und ein Versuch der gedachten Art ist daher unmöglich, aber ich kann doch einen Versuch ausführen, der auf dasselbe hinauskommt. Das Pendel, mit dem ich den Versuch mache, besteht aus einem Stabe, der um einen Punkt in der Mitte der Länge drehbar ist und der an dem unteren Ende ein Gewicht trägt. Das Pendel hat eine bestimmte Schwingungszeit, und Sie sehen, wie diese größer wird, wenn ich jetzt zwei gleiche Massen, die eine oberhalb und die andere unterhalb des Drehpunktes, anbringe. Der Einfluß der Schwerkraft auf die obere Masse wird durch den Einfluß auf die untere vernichtet, und die Verzögerung der Bewegung rührt also daher, daß eine größere Masse in Bewegung gesetzt werden muß.

Wie Ihnen bekannt sein wird, sind die Saiten eines Klaviers, welche die tiefsten Töne hervorbringen, mit feinem Metalldraht umwickelt. Man hat dadurch die Masse vergrößert und daher die Anzahl der Schwingungen in der Sekunde verkleinert, was eben notwendig ist, um einen tiefen Ton zu bekommen.

Eine Folge des Einflusses der Masse ist es auch, daß bei gleichem Überdruck Luft langsamer aus einem Gefäße ausströmt als Leuchtgas. Ein bestimmtes Volum des letzteren hat nämlich eine kleinere Masse, als ein ebenso großes Volum Luft, und wird daher durch dieselbe Kraft schneller in Bewegung gebracht als dieses.

Diese Beispiele ließen sich noch durch andere vermehren, allein wir wollen lieber zu unseren Gesetzen zurückkehren und, um sie bequem anwenden zu können, sie in diejenige kurze Form bringen, die ihnen durch eine mathematische Formel verliehen wird. Zugleich wollen wir von jetzt an bestimmte Einheiten einführen, und ich will hier beiläufig bemerken, daß es sich für den Fortschritt der Wissenschaft als äußerst nützlich erwiesen hat, für die verschiedenen physikalischen Größen geeignete Einheiten zu wählen, die in einem einfachen Zusammenhange miteinander stehen und von allen Physikern benutzt werden. Man hat denn auch im 19. Jahrhundert die Festsetzung derartiger Einheiten, namentlich für die bei elektrischen und magnetischen Erscheinungen vorkommenden Größen wiederholt auf internationalen Kongressen und Konferenzen beraten.

In wissenschaftlichen Untersuchungen wird gegenwärtig fast ausschließlich das Centimeter-Gramm-Sekunden (C. G. S.)-System benutzt. Die Einheit der Länge ist das Centimeter, die Einheit der Zeit die Sekunde, und die Einheit der Masse das Gramm, d. h. die Masse von einem Kubikcentimeter Wasser bei der Temperatur von $4^0$ C. Die Einheit der Kraft leiten wir aus diesen Einheiten ab. Wir stellen uns

zu diesem Zwecke eine Kraft vor, deren Gröfse so bemessen ist, dafs sie, wenn sie auf die Masse von einem Gramm wirkt, dieser die Beschleunigung 1 erteilt, d. h. dafs sie ihr in einer Sekunde eine Geschwindigkeit von 1 cm per Sekunde erteilt. Diese Kraft soll die Einheit sein. Wir nennen sie ein Dyn.

Die Formel, welche ich im Auge hatte, ergiebt sich nun in sehr einfacher Weise. Wir wissen, dafs eine Kraft von 1 Dyn, wenn sie auf die Masse von 1 g wirkt, dieser die Beschleunigung 1 erteilt. Ist nun die Kraft nicht 1 Dyn, sondern $K$ Dyn, bleibt aber die Masse noch 1 g, dann mufs die Beschleunigung $K$ mal so grofs werden und kann daher durch die Zahl $K$ ausgedrückt werden. Und ersetzen wir nun die Masse von 1 g durch eine Masse von $m$ g, dann wird infolgedessen die Beschleunigung $m$ mal kleiner. Sie wird daher durch die Zahl

$$q = \frac{K}{m}$$

ausgedrückt. In Worten: Die Zahl, welche die Beschleunigung angiebt, wird gefunden, wenn man die Zahl, welche die Kraft angiebt, durch die Zahl dividiert, die die Masse angiebt. Natürlich läfst sich die Gleichung auch in der Form

$$K = mq$$

schreiben, was sich ebenfalls leicht in Worten ausdrücken läfst.

Ich habe diese Formeln niedergeschrieben, weil sie uns in den Stand setzen, einfache Aufgaben zu lösen, ohne viel Worte machen zu müssen. Nehmen Sie z. B. das Fallen der Körper. Die Beobachtung hat gelehrt, dafs dies, wenn der Widerstand der Luft nicht im Spiele ist, eine gleichförmig beschleunigte Bewegung ist, und zwar wird die Beschleunigung im C. G. S.-System hier in Leiden durch die Zahl 981 angegeben. An anderen Orten der Erde ist sie etwas gröfser oder kleiner. Wenden wir daher unsere letzte Formel auf einen fallenden Körper an, dessen Masse 1 g beträgt, dann ist $m = 1$, $q = 981$, also $K = 981$ Dyn. Die Kraft, welche jetzt die Bewegung verursacht, ist aber das, was wir das Gewicht des Grammes nennen. Dies ist also 981 Dyn, oder ein Dyn ist der 981. Teil des Gewichtes von einem Gramm, etwas mehr als das Gewicht von einem Milligramm.

Hieran will ich noch einige Bemerkungen anknüpfen. Aus der Thatsache, dafs der Fall eine gleichförmig beschleunigte Bewegung ist, folgt, dafs während des Fallens die Kraft dieselbe bleibt. Ob sich also der Körper noch am Ausgangspunkte der Fallbewegung befindet, oder ob er bereits eine Strecke durchfallen hat, immer zieht ihn die Erde mit derselben Kraft an [1]). Weiter können wir jetzt leicht berechnen,

[1]) Wir sehen hier von einer äufserst geringen Zunahme der Schwerkraft ab, wenn der Körper der Erde näher kommt. Die Bewegung ist infolgedessen nicht vollkommen gleichförmig beschleunigt, aber die Abweichung ist unmerklich.

welche Geschwindigkeit der Körper in einer gewissen Zeit erlangt und wie weit er in dieser Zeit kommt. Wir wollen, wie es allgemein gebräuchlich ist, die Zahl 981 mit dem Buchstaben $g$ bezeichnen. Während einer Sekunde wird also beim Fallen eine Geschwindigkeit von $g$ cm per Sekunde erlangt, und da die Geschwindigkeit proportional der Zeit zunimmt, so finden wir, dafs sie $t$ Sekunden nach dem Beginn der Bewegung $tg$ cm per Sekunde betragen mufs. Bezeichnen wir also die Geschwindigkeit nach $t$ Sekunden mit $v$, so haben wir die Formel:

$$v = gt.$$

Auch die Anzahl Centimeter, die der Körper in den $t$ Sekunden durchlaufen hat und die wir mit $h$ (Fallhöhe) bezeichnen wollen, kann nun leicht berechnet werden. Die Geschwindigkeit hat während der Bewegung von 0 bis $v$ zugenommen. Nun kann man durch eine mathematische Schlufsfolgerung beweisen, dafs bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung der Körper ebenso weit kommt, als ob er während der ganzen in Betracht kommenden Zeit eine Geschwindigkeit gehabt hätte, die zwischen der Anfangsgeschwindigkeit und der Endgeschwindigkeit gerade in der Mitte liegt, d. h. eine Geschwindigkeit, die von der Endgeschwindigkeit um ebensoviel übertroffen wird, als sie selbst die Anfangsgeschwindigkeit übertrifft. Diese mittlere Geschwindigkeit ist in unserem Falle $^1/_2 v$, und der Weg, den der Körper mit dieser Geschwindigkeit in $t$ Sekunden zurücklegen würde, ist gleich $t \times {}^1/_2 v$. Mit Rücksicht auf den Wert von $v$ ergiebt sich daher die Formel:

$$h = t \times {}^1/_2 tg = {}^1/_2 t^2 g.$$

Ist z. B. die Zeit 6 Sekunden, so ist der zurückgelegte Weg

$$h = {}^1/_2 \times 36 \times 981$$

oder etwas über 17 600 cm.

Es ist auch nicht schwer, sich von der Bewegung eines Körpers Rechenschaft zu geben, der mit einer gewissen Anfangsgeschwindigkeit vertikal in die Höhe geworfen wird. Während beim Fallen die Geschwindigkeit in jeder Sekunde um den mit $g$ bezeichneten Betrag zunimmt, nimmt sie jetzt in jeder Sekunde um denselben Betrag ab. Die Bewegung ist gleichförmig verzögert. Wenn die Anfangsgeschwindigkeit $v$ ist, so findet man für die Höhe, die der Körper erreicht, $\frac{v^2}{2g}$. Die Geschwindigkeit, mit der der Körper wieder unten ankommt, ist gerade so grofs wie die Anfangsgeschwindigkeit $v$.

Die Schwerkraft verdient es wohl, dafs wir uns mit ihr etwas eingehender beschäftigt haben, da sie eine wirklich universelle Kraft ist. Alle festen, flüssigen und gasförmigen Körper, die wir um uns herum wahrnehmen, sind ihr unterworfen. Ich habe an dem einen Arme dieser Wage einen Glasballon aufgehängt, aus dem die Luft vermittelst einer Luftpumpe zum gröfsten Teil entfernt worden ist. Durch

Gewichte an der anderen Seite ist die Wage ins Gleichgewicht gebracht. Lasse ich nun durch den geöffneten Hahn die äufsere Luft in den Ballon einströmen, dann wird, wie Sie sehen, das Gleichgewicht gestört. Der Ballon ist jetzt schwerer geworden. So überzeugen wir uns davon, dafs die Luft von der Erde angezogen wird, einer Wirkung, der wir es zu verdanken haben, dafs die Erde ihre Atmosphäre nicht verliert.

Sehr bemerkenswert ist es, dafs das Gewicht eines Körpers immer dasselbe bleibt, wie wir auch den Zustand des Körpers verändern. Ob ich eine gewisse Menge Wasser erwärme, gefrieren lasse oder in Dampf verwandle, es hat alles nicht den geringsten Einfluſs auf die gesamte Kraft, mit der die Wassermenge von der Erde angezogen wird. Und wenn ich dies Stückchen Kupfer in Salpetersäure zu einer Flüssigkeit von grüner Farbe auflöse, können Sie versichert sein, dafs das gesamte Gewicht der Salpetersäure und des Kupfers vor dem Versuch genau ebenso grofs ist, wie das Gewicht der grünen Flüssigkeit, vermehrt um das Gewicht des Gases, welches in Form von Blasen entwichen ist. Dies ist das wichtige Gesetz von der Unveränderlichkeit des Gewichtes, welches vor mehr als 100 Jahren von Lavoisier ausgesprochen wurde und welches die Probe der genauesten Wägungen bestanden hat.

Erscheinungen wie die genannten geben viel zu denken. Es ist ein Bedürfnis unseres Geistes, in dem mannigfachen Wechsel in der Welt rings um uns herum etwas bleibendes, unveränderliches zu finden. Diesem Bedürfnis haben die sogenannten Molekular- und Atomtheorieen ihre Entstehung zu verdanken. Philosophen des Altertums haben es bereits ausgesprochen — und die neuere Naturwissenschaft hat immer mehr gezeigt, wie fruchtbar dieser Gedanke ist —, dafs die Körper, welche wir wahrnehmen, nur scheinbar einen Teil des Raumes vollständig ausfüllen, in Wirklichkeit aber aus einer sehr grofsen Anzahl von getrennten, äufserst kleinen und daher unsichtbaren Teilchen bestehen, die bald eine gröfsere, bald eine kleinere Entfernung voneinander haben, zuweilen in der einen oder anderen Weise fest miteinander verbunden sind, dann wieder eine gröfsere Freiheit der Bewegung gegeneinander haben, die aber, während sie so in der verschiedensten Weise gruppiert sein können, selbst ihre Beschaffenheit unverändert beibehalten. Nach dieser Auffassung erblicken wir im Eise, im Wasser und im Wasserdampf immer ein System derselben kleinen Teilchen, allein beim Schmelzen und noch mehr beim Verdampfen wird das Band, durch welches sie im Eise miteinander verbunden waren, gelöst. Und wenn auch in unserer grünen Flüssigkeit augenscheinlich keine einzige Eigenschaft des festen Kupfers mehr zu bemerken ist, so behaupten wir dennoch, dafs die Flüssigkeit immer noch die Teilchen enthält, welche vorher das Stück Metall zusammensetzten, aber jetzt mit kleinen Körperchen, die die Salpetersäure bildeten, in bestimmter Weise vereinigt. Wann nun diese kleinen Teil-

chen Moleküle und wann sie Atome genannt werden, können wir jetzt auf sich beruhen lassen. Nur darauf wollte ich Sie hinweisen, dafs die Unveränderlichkeit des Gewichtes begreiflich wird, wenn man jedem kleinen Teilchen sein eigenes unveränderliches Gewicht zuschreibt. Wir finden es ja auch sehr natürlich, dafs das Gesamtgewicht einer Anzahl von Kugeln verschiedener Art, die wir zusammen in einer Schachtel haben, sich nicht ändert, wie wir die Kugeln auch durcheinander schütteln und welche besondere Lage wir ihnen geben.

Die allerkleinsten Teilchen, welche die Atomtheorie annimmt, sind die der verschiedenen chemischen Grundstoffe oder Elemente, aus denen alle Körper, die wir kennen, aufgebaut sind. Wir können den einen dieser Grundstoffe nicht in den anderen verwandeln, z. B. Kupfer oder ein anderes unedles Metall nicht in Gold, wie es der Traum der Alchemisten war. Doch weist die Thatsache, dafs alle Körper gleich schnell fallen, darauf hin, dafs die Atome der verschiedenen Elemente doch nicht ganz und gar voneinander verschieden sein können, dafs vielmehr eine gewisse Ähnlichkeit bestehen mufs, die sich allerdings bis jetzt unseren Nachforschungen entzogen hat.

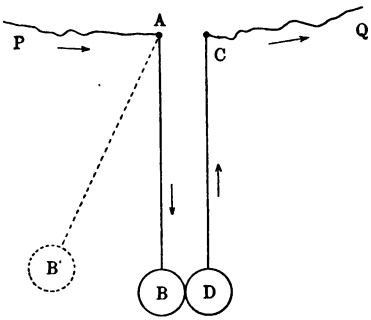
Wir wollen hiermit für den Augenblick von der Schwerkraft Abschied nehmen. Auch auf alle anderen Kräfte finden die soeben abgeleiteten Formeln Anwendung. Ich schätze z. B. die Kraft, mit der einer von den Polen dieses Magnetstabes die eiserne Kugel von Fig. 1 anzieht, wenn die Entfernung 10 cm beträgt, auf 35 Dyn. Die Masse der Kugel ist 150 g. Hieraus können wir ableiten, dafs die Anziehung des Magneten — vorausgesetzt, dafs die Entfernung fortwährend dieselbe bleibt — der Kugel in einer Sekunde eine Geschwindigkeit von $\frac{35}{150} = \frac{7}{30}$ cm per Sekunde erteilen kann. Und eine derartige Rechnung kann auch in anderen Fällen ausgeführt werden.

In unseren Regeln über die Wirkung von Kräften ist noch etwas, was hervorgehoben zu werden verdient. Die Geschwindigkeit, die eine gegebene Kraft einem bestimmten Körper erteilt, hängt auch von der Zeit ab, während welcher die Kraft wirkt. Komme ich z. B. mit dem Magnetpol nur einen Augenblick in die Nähe der eisernen Kugel am Ende des Stabes $CD$ in Fig. 1, so kommt die Kugel kaum etwas in Bewegung. Um dem Stabe eine deutlich sichtbare Verschiebung zu geben, mufs ich der anziehenden Kraft einige Zeit lassen.

Es wird nun klar sein, dafs, wenn man alles übrige kennt, man aus der beobachteten Wirkung einer Kraft die Zeit ableiten kann, während der sie gewirkt hat. Um Ihnen davon ein Beispiel zu geben, habe ich hier an Metalldrähten, die in den Punkten $A$ und $C$ befestigt sind (Fig. 3, a. f. S.), zwei Messingkugeln $B$ und $D$ aufgehängt. Wenn ich die eine Kugel, z. B. bis nach $B'$, in die Höhe hebe und dann gegen die andere fallen lasse, so setzt sich, wie Sie sehen, diese in Bewegung,

während $B$ fast zur Ruhe kommt. Es fragt sich nun, wie lange bei diesem Stofs die Berührung der beiden Körper dauert. In $A$ und $C$ sind die Drähte mit Kupferdrähten $P$ und $Q$ verbunden, die nach einem galvanischen Elemente laufen, d. h. nach einer Vorrichtung, durch die wir in Metalldrähten einen elektrischen Strom erzeugen können. Der Strom besteht nur, wenn sich die Kugeln berühren, und läuft dann in der Richtung der Pfeile, indem er im Berührungspunkte von einer Kugel zur anderen übergeht. Die Erscheinung hört auf, sobald die Kugeln wieder voneinander getrennt sind. Um den Strom bemerkbar zu machen, ist dort auf einem an der Wand befestigten Tischchen ein Galvanometer aufgestellt. In diesem hängt an einem sehr feinen Faden ein kleines Magnetstäbchen in derselben Weise, wie der Stab $CD$ in Fig. 1 und wie dieser grofse Magnetstab an einem Draht aufgehängt ist. Sie sehen an dem grofsen Magneten, und Sie haben dieselbe Erscheinung alle an einer Kompafsnadel beobachtet, wie er eine bestimmte Gleichgewichtslage annimmt und wie er, in Bewegung gesetzt, um diese Lage hin- und herschwingt. Dafs diese Schwingungen mit denjenigen eines Pendels verglichen werden können, liegt auf der Hand, allein die Kräfte, die den Körper in die Gleichgewichtslage treiben, sind jetzt von ganz anderer Art. Beim Pendel ist es die Schwerkraft, beim Magnetstabe sind es Kräfte, die auf die Pole wirken und von denen wir uns eine gewisse Vorstellung machen, indem wir die Erde als einen grofsen Magneten betrachten. Es würde natürlich zu weit führen, wenn ich auf die Natur dieser Kräfte näher eingehen wollte, aber das ist auch nicht nötig. Der Vergleich mit dem Pendel ist für unseren Zweck hinreichend. Ich kann das letztere aus seiner Gleichgewichtslage bringen, indem ich auf die Kugel desselben eine horizontale Kraft wirken lasse, und ebenso kann ich die Magnetnadel im Galvanometer aus der Gleichgewichtslage bringen, indem ich geeignete Kräfte auf die Pole wirken lasse. Diese kommen nun zur Wirkung — und hierauf beruht der Gebrauch, den wir von dem Instrumente machen — sobald unser elektrischer Strom durch einen Kupferdraht geleitet wird, der in dem Apparat in der Nähe der kleinen Magnetnadel angebracht ist. Wir haben nun bei unserem Versuche nur mit einem Strome von sehr kurzer Dauer zu thun. Er dauert nämlich nur so lange, wie die Berührung der Kugeln $B$ und $D$ in Fig. 3, so kurz, dafs sich das Magnetchen während dieser Zeit noch nicht merklich aus seiner Gleichgewichtslage entfernen kann. Wir dürfen sagen, dafs der Strom der Nadel, während sie sich in dieser Lage befindet, plötzlich eine Geschwin-

Fig. 3.



digkeit erteilt, und mit dieser Geschwindigkeit schlägt sie dann um einen gewissen Winkel aus, ebenso wie ein Pendel, welches sich in der Ruhelage befindet und dem wir einen Stofs geben, für einen Augenblick um einen gewissen Winkel ausschlägt.

Worauf es nun ankommt, ist dies, dafs die Geschwindigkeit, welche die durch den elektrischen Strom auf den Magneten ausgeübten Kräfte hervorbringen, um so kleiner ist, je kürzere Zeit diese Kräfte wirken. Zugleich mit der Geschwindigkeit wird auch der Ausschlagswinkel kleiner, und so wird es Ihnen einleuchten, dafs wir in diesem Winkel ein Mafs für die Zeit haben, während der die Kugeln $B$ und $D$ in Fig. 3 miteinander in Berührung sind.

Um die Bewegungen der Magnetnadel in dem Galvanometer sichtbar zu machen, bedienen wir uns eines Hilfsmittels, welches in vielen derartigen Fällen Anwendung findet. An der Magnetnadel ist nämlich ein kleines Spiegelchen befestigt, auf welches wir aus dieser Lampe ein Bündel Lichtstrahlen fallen lassen. Das Spiegelchen wirft die Strahlen auf den Schirm dort zurück und erzeugt einen Lichtfleck, der sich in horizontaler Richtung verschiebt, sobald der Magnet und damit das Spiegelchen gedreht wird.

Die Stelle, an der Sie jetzt den Lichtfleck sehen, entspricht der Gleichgewichtslage und jetzt, wenn ich das Magnetchen durch Annäherung meines Taschenmessers an das Galvanometer in Bewegung bringe, sehen Sie, wie der Lichtfleck hin- und herschwingt. Wir warten, bis er wieder zur Ruhe gekommen ist, und führen dann den Versuch aus, der darin besteht, dafs wir die Kugel $B$ in die Höhe heben und dann gegen $D$ stofsen lassen, wobei wir Sorge tragen, die Kugeln nach dem Stofse auseinander zu halten. Wir achten dann jedesmal darauf, um wieviel sich der Lichtfleck für einen Augenblick aus der Gleichgewichtslage entfernt.

Wenn wir nun den Versuch zweimal machen, mit dem Unterschiede, dafs wir $B$ das erste Mal nur wenig, das zweite Mal aber beträchtlich höher heben, dann finden wir, dafs der Ausschlag des Galvanometers das zweite Mal kleiner ist als das erste Mal. Hieraus schliefsen wir, dafs der Stofs zwischen den beiden Kugeln um so kürzere Zeit dauert, je gröfser die Geschwindigkeit ist, mit der die eine auf die andere stöfst.

Wir haben hier zwei Fälle miteinander verglichen, aber wenn wir alles, was bei dem Versuch in Betracht kommt, gemessen hätten, und wenn wir etwas mehr Mechanik und mathematische Rechnung anwenden könnten, als uns jetzt zu Gebote steht, dann hätten wir aus dem Ergebnis jedes einzelnen Versuches ableiten können, wie lange bei demselben der Stofs gedauert hat. Was wir dabei gefunden haben würden, kann auf theoretischem Wege aus der Höhe, von der die Kugel $B$ herabfällt, der Gröfse der Kugel und den Eigenschaften des Metalles, aus dem sie besteht, berechnet werden. Einer der gröfsten

Physiker, die in unserer Zeit gelebt haben, Heinrich Hertz, hat uns dazu durch eine bewunderungswürdige Untersuchung in den Stand gesetzt. Aus der von ihm aufgestellten Formel finde ich, dafs, als ich die Kugel $B$ auf eine Höhe von 12 cm hob, die Berührung 0,0002 Sekunden dauerte.

Wir können aus dieser Zahl noch ein merkwürdiges Resultat ableiten. Die Kugel $B$ hat, als sie von der genannten Höhe herabfiel, eine Geschwindigkeit von 150 cm per Sekunde bekommen und hat sie ziemlich unverändert auf $D$ übertragen, natürlich dadurch, dafs sie auf diese Kugel eine Kraft ausübte. Wie grofs ist diese Kraft gewesen? Sie hat 0,0002 Sekunden lang gewirkt und in dieser Zeit der Kugel $D$ eine Geschwindigkeit von 150 cm erteilt. Hätte sie eine volle Sekunde gewirkt, dann würde sie eine Geschwindigkeit von 750000 cm per Sekunde erzeugt haben. Da nun die Kugel eine Masse von 800 $g$ hat, so ist die Kraft $800 \times 750000$ oder 600000000 Dyn gewesen, was einem Gewicht von beinahe 600 kg entspricht.

Dies mufs jedoch nicht so aufgefafst werden, als ob die Kraft vom Anfang bis zum Ende der Berührung fortwährend diese Gröfse gehabt hätte. Dafs der eine Körper gegen den anderen drückt, hängt damit zusammen, dafs er an der Berührungsstelle abgeplattet wird und dann seine ursprüngliche Form wieder anzunehmen strebt. Diese Abplattung besteht natürlich in dem Augenblicke, in welchem die Berührung beginnt, noch nicht. Sie nimmt dann allmählich zu und verschwindet während des letzten Teiles des Stofses. Daher wird auch die Kraft erst gröfser und dann wieder kleiner. Die oben gefundene Zahl stellt ihren mittleren Wert dar, woraus natürlich folgt, dafs sie im Augenblick der gröfsten Abplattung noch beträchtlicher gewesen ist. Die Abplattung der Kugeln ist in diesem Augenblick dieselbe gewesen, als wenn sie mit jener grofsen Kraft anhaltend aneinander gedrückt worden wären.

Zum Schlusse dieses ersten Teils unserer Betrachtungen will ich Sie noch auf die grofse Bedeutung hinweisen, die die Widerstände, welche sich der Bewegung entgegensetzen, und von denen wir bei unseren in Gedanken ausgeführten Versuchen abgesehen haben, in Wirklichkeit haben. Durch die Reibung zwischen festen, aufeinander gleitenden oder rollenden Körpern oder zwischen zwei aneinander hingleitenden Schichten einer Flüssigkeit oder eines Gases kann eine Bewegung nach kürzerer oder längerer Zeit vernichtet werden. Auch verhindert in manchen Fällen ein Widerstand das Entstehen einer Bewegung, z. B. wenn man einen Körper auf eine rauhe schiefe Ebene legt. Ich brauche Ihnen wohl kaum zu schildern, wie die Welt ganz anders aussehen würde, wenn gar keine Widerstände vorhanden wären, wenn wir uns stets auf spiegelglatten Flächen bewegen müfsten, wenn nichts auf einem Tische liegen bleiben könnte (weil er niemals vollkommen horizontal ist), wenn kein Wirbelwind jemals zur Ruhe kommen würde, und wenn

in jedem Zimmer ein unerträgliches Wiederhallen herrschte, weil die einmal erzeugten Schallschwingungen, unaufhörlich von den Wänden zurückgeworfen, niemals aufhören würden.

Wegen der Reibung kann ein Körper nur dann in geradliniger Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit erhalten werden, wenn fortwährend eine Kraft in der Bewegungsrichtung auf ihn wirkt. Wir sind hieran durch die alltägliche Wahrnehmung so sehr gewöhnt, dafs es uns anfangs sogar einige Mühe kostet, uns die Umstände, die bei den Bewegungsgesetzen vorausgesetzt wurden, zu vergegenwärtigen. Denken Sie z. B. noch einmal an den Schlitten, mit dem wir unsere Betrachtung anfingen. Anfangs erteilen wir ihm allerdings eine beschleunigte Bewegung. Allein wenn eine gewisse Geschwindigkeit erreicht ist, dann ist der Widerstand, der aus der Rauheit der Oberflächen entspringt, genau gleich der Kraft geworden, die wir ausüben. Dann sind zwei Kräfte von entgegengesetzter Richtung vorhanden, die sich gegenseitig aufheben. Es ist so gut, als ob gar keine Kraft wirkte, und bei genauer Betrachtung ist die Erscheinung in vollkommener Übereinstimmung mit dem Grundgesetze der Mechanik, dafs, wenn keine Kraft wirkt, eine einmal erlangte Geschwindigkeit erhalten bleibt.

## II.

## Krummlinige Bewegungen.

Bei krummlinigen Bewegungen, deren Betrachtung wir den heutigen Abend widmen wollen, haben wir es der Natur der Sache nach mit verwickelteren Erscheinungen zu thun, als bei den geradlinigen, mit denen wir uns die vorige Woche hauptsächlich beschäftigt haben. Die Geschwindigkeit kann auch jetzt wieder unverändert bleiben oder zu- oder abnehmen, aber aufserdem ändert sich fortwährend die Richtung der Bewegung, und wir haben daher den Bewegungsgesetzen, die wir bereits kennen, noch ein neues hinzuzufügen, welches uns lehrt, welcher Zusammenhang zwischen der Veränderung der Richtung und der auf den Körper wirkenden Kraft besteht. Wir wollen dieses Gesetz aus einer einfachen Erscheinung ableiten, die wir alle häufig beobachtet haben. Wir werfen einen Ball vertikal in die Höhe und fangen ihn dann in der Hand auf. Wenn man sich darin etwas geübt hat, kann man dies auch thun, während man mit unveränderlicher Geschwindigkeit fortläuft. Wirft man den Ball wieder mit derselben Handbewegung in die Höhe, die man machte, als man stillstand, so fängt man ihn einige Zeit später auf, obwohl man eine Strecke weiter gekommen ist.

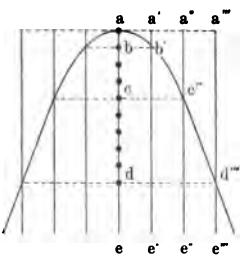
Der Ball ist, während er emporstieg und niederfiel, in horizontaler Richtung genau ebensoviel fortgeschritten wie wir selbst, und wir haben, um dies zu bewirken, nichts Besonderes zu thun brauchen.

Anstatt fortzulaufen, können wir uns in ein Schiff begeben, welches mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt wird. Denken Sie sich, wir säfsen in der Kajüte und die Fenster wären verhüllt, so dafs wir nichts von unserer Bewegung sehen. Dann werden wir auch durch die Bewegung des Balles nichts davon bemerken. Wir können dasselbe mit ihm thun, als wenn das Schiff stillsteht, und auch wenn wir seine Bewegung auf einer vertikalen Linie zwischen dem Fufsboden und der Decke der Kajüte genau studierten, wenn wir untersuchten, wie weit er in kleinen aufeinander folgenden Zeitteilchen kommt, und daraus ableiteten, wie sich die Geschwindigkeit von Augenblick zu Augenblick ändert, würden wir nicht den geringsten Einfluſs der Bewegung des Schiffes bemerken. Inzwischen nimmt die vertikale gerade Linie an dieser Bewegung teil, und wir kommen daher zu dem Schlufs:

Auf einer vertikalen Linie, die in horizontaler Richtung mit unveränderlicher Geschwindigkeit verschoben wird, kann ein Körper in derselben Weise steigen und fallen, wie auf einer stillstehenden Linie.

Eine einfache Figur soll uns nun zeigen, wie in einem solchen Falle die wirkliche Bewegung des Körpers beschaffen ist. Wir richten unsere Aufmerksamkeit zunächst auf das Fallen. Angenommen, $ae$ in Fig. 4 sei die vertikale Linie in der Stellung, in der sie sich in dem Augenblicke befindet, wenn das Fallen im Punkt $a$ beginnt. Stände die Linie still, dann würde der Körper in aufeinander folgenden Sekunden oder anderen gleichgrofsen Zeitteilchen die immer gröfser werdenden Strecken $ab$, $bc$, $cd$ u. s. w. durchlaufen. Dabei würde, wie aus einer früher abgeleiteten Formel folgt, $ac = 4\,ab$, $ad = 9\,ab$ sein, u. s. w.

Fig. 4.




Wird nun die vertikale Linie verschoben, so wird sie in den betrachteten Augenblicken die Stellungen $a'e'$, $a''e''$, $a'''e'''$, u. s. w. einnehmen, und zwar, da diese Bewegung gleichförmig ist, so dafs die horizontalen Strecken $aa'$, $a'a''$, $a''a'''$, u. s. w. alle gleich lang sind. Unterdessen fällt der Körper ebenso weit, als ob die horizontale Bewegung nicht vorhanden wäre. Nach einem Zeitteilchen ist er auf der Höhe von $b$ angekommen, aber auf der Linie $a'e'$, also im Punkt $b'$, den wir erhalten, wenn wir $bb'$ horizontal ziehen. Ebenso finden wir, dafs er am Ende des zweiten Zeitteilchens in $c''$, nach dem dritten Zeitteilchen in $d'''$ angekommen ist, u. s. w. Ziehen wir nun durch die Punkte $a$, $b'$, $c''$, $d'''$ und andere zwischen diesen liegende und in ähnlicher Weise bestimmte Punkte eine krumme Linie, so erhalten wir die Bahn des Körpers.

Ebenso können wir den Weg finden, der beim Steigen beschrieben wird. Sie sehen ihn links von $ae$, und man kann diesen Teil der Linie, der sich in $a$ in horizontaler Richtung an $ab'c''d'''$ anschliefst, leicht dadurch bekommen, dafs man den letzteren Teil um $ae$ umklappt.

Die ganze Linie wird eine Parabel genannt, und von einer solchen Parabel kann je nach Umständen ein kleinerer oder gröfserer Teil durchlaufen werden. Wenn ein Beobachter, der selbst stillsteht, den Ball betrachtet, der von einer laufenden oder in einem Schiffe befindlichen Person in die Höhe geworfen und wieder aufgefangen wird, so wird er den Ball eine solche Bahn beschreiben sehen. Auch ein Stein, den wir, ohne fortzulaufen, in schiefer Richtung in die Höhe werfen, hat diese parabolische Bewegung. Ebenso ist sie Ihnen aus der Gestalt des Wasserstrahles eines Springbrunnens wohlbekannt. Alle Wasserteilchen legen nacheinander einen derartigen Weg zurück. Springt der Strahl nicht nach oben, sondern kommt er in horizontaler Richtung aus einer Öffnung, dann hat man es natürlich nur mit der einen Hälfte $ab'c''d'''$ der krummen Linie zu thun.

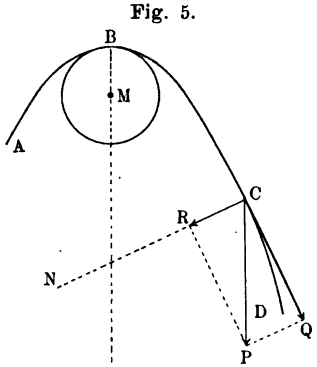
Wie verhält es sich nun mit der Geschwindigkeit bei einer parabolischen Bewegung? Wenn man sie untersucht, so zeigt sich, dafs sie während des Aufsteigens bis in den Punkt $a$ abnimmt und beim Fallen wieder zunimmt. Das erstere entspricht, wie Sie leicht erkennen, der Verzögerung beim Steigen, und das letztere der Beschleunigung beim Fallen längs einer vertikalen Linie. Aber wenn der Körper gerade im höchsten Punkte der krummen Linie ist, können wir nicht sagen, dafs die Geschwindigkeit ab- oder zunimmt. Einen Augenblick bleibt sie von derselben Gröfse. In diesem Punkte hat der Ball nur die Geschwindigkeit der vertikalen geraden Linie, die Bewegungsrichtung ist horizontal und daher senkrecht zur Schwerkraft. Wir ersehen hieraus, dafs eine Kraft senkrecht zur Bewegung eines Körpers die Geschwindigkeit nicht vergröfsert oder verkleinert. Sie hat nur zur Folge, dafs die Bahn gekrümmt wird. Die Schwerkraft sorgt dafür, dafs der Ball von $a$ ab nicht mit der Geschwindigkeit, die er hier hat, in horizontaler Richtung in der Linie $aa'a''a'''$ weitergeht, sondern von dieser Richtung abweicht. Diese Richtungsänderung ist um so beträchtlicher, je gröfser die Kraft ist. Könnten wir die Schwerkraft verstärken, dann würde von $a$ aus eine Parabel beschrieben werden, die noch mehr von der geraden Linie abweicht und in $a$ stärker gekrümmt ist als die Bahn, welche wir zuerst hatten.

Wenn man weifs, wie grofs die Geschwindigkeit ist und welche Kraft senkrecht zu ihr auf den Körper wirkt, so kann man die Krümmung der Bahn berechnen. Um Ihnen die dazu erforderliche Formel verständlich zu machen, mufs ich eine geometrische Definition vorausschicken. Man kann bei jeder krummen Linie einen sehr kleinen Teil annähernd als einen Kreisbogen betrachten, und zwar mit um so geringerem Fehler, je kleiner der Teil gewählt wird. Der Kreis, zu dem

der betreffende kleine Bogen gehört, heifst der Krümmungskreis der Linie in dem betrachteten Punkte, sein Radius der Krümmungsradius der Linie. Die Länge dieses Radius kann uns als Mafs für die Krümmung dienen, und zwar in dem Sinne, dafs die Krümmung, die Abweichung von einer geraden Linie, um so kleiner ist, je gröfser die Länge des Krümmungsradius ist.

Um dies zu erläutern, habe ich an der Parabel in Fig. 5 den Krümmungskreis im Scheitel $B$ gezeichnet. $M$ ist sein Mittelpunkt.

Fig. 5.




Dieser Kreis schliefst sich enger an die Parabel an als irgend ein anderer Kreis, der durch den Punkt $B$ geht. Die Krümmungskreise in anderen Punkten der Linie haben alle gröfsere Radien als $MB$, z. B. derjenige, welcher zum Punkte $C$ gehört, hat seinen Mittelpunkt auf der Verlängerung der Linie $CN$, ungefähr in einem Abstande von 13 cm von Punkt $C$.

Wenn nun die Geschwindigkeit, die der Körper im Scheitel der Parabel hat, $v$ cm per Sekunde beträgt, die Masse $m$ g, und die Kraft, mit welcher ihn die Erde anzieht, $K$ Dyn, dann ist der Krümmungsradius im Scheitel durch die Formel

$$r = \frac{mv^2}{K}$$

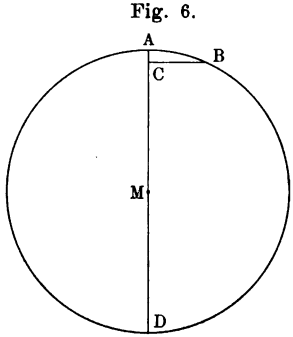
gegeben.

Da wir hiervon wichtige Anwendungen machen werden, ist es wohl der Mühe wert, die Gleichung zu beweisen. Zu diesem Zwecke beachten wir zunächst, dafs $K$ dieselbe Kraft ist, die dem Körper beim freien Fall eine Beschleunigung von $g$ (981) cm per Sekunde erteilen würde, dafs also nach einer unserer Fundamentalformeln (S. 10)

$$K = mg$$

ist. Sodann betrachten wir Fig. 6, in der $AB$ einen sehr kleinen Teil der Parabel vorstellt, der vom Scheitel $A$ nach rechts läuft, und in der Sie den Krümmungskreis mit dem Mittelpunkt in $M$, von dem $AB$ ein Teil ist, erblicken. Der Abstand $AM$ ist also $r$ cm.

Fig. 6.




Wir fällen von $B$ eine Senkrechte auf den vertikalen Durchmesser $AD$ des Kreises.

Erinnern wir uns nun, was wir bei Fig. 4 erörtert haben, dann sehen wir, dafs $AC$ als der Abstand aufgefafst werden kann, um den

der Körper fällt, während die gerade Linie, auf der dies stattfindet, sich in horizontaler Richtung um die Strecke $CB$ verschiebt. Ist nun die zum Durchlaufen des Bogens $AB$ gebrauchte Zeit $t$ Sekunden — welches $t$ ein sehr kleiner Bruch sein soll — dann ist

$$CB = tv,$$

und nach einer früheren Formel:

$$AC = {}^1/_2 t^2 g.$$

Wir wenden jetzt einen geometrischen Satz an. Die Länge der Linie $CD$ erhält man, wenn man die Zahl, welche die Länge von $BC$ angiebt, mit sich selbst multipliziert und das Resultat durch die Zahl dividiert, welche die Länge von $AC$ angiebt. Multiplizieren wir $tv$ mit sich selbst, so erhalten wir $t^2 v^2$, und wenn wir dies durch ${}^1/_2 t^2 g$ dividieren, so erhalten wir nach einiger Vereinfachung:

$$\frac{t^2 v^2}{{}^1/_2 t^2 g} = \frac{v^2}{{}^1/_2 g} = \frac{2 v^2}{g}.$$

Dies würde also die Länge von $CD$ sein, aber nicht genau. Der Bogen $AB$ der Parabel fällt nämlich nicht, wie wir angenommen haben, vollkommen mit dem Kreisbogen zusammen. Um den Fehler zu vermindern, müssen wir die Länge des Bogens immer kleiner und kleiner machen. Den Punkt $B$ nehmen wir also immer näher und näher bei $A$ an. Dabei nähert sich auch der Punkt $C$ immer mehr dem Punkte $A$. Da nun das gefundene Resultat den Wert von $CD$ um so genauer angiebt, je weniger diese Linie vom Durchmesser $AD$ verschieden ist, so muſs das Resultat genau die Länge dieser letzteren Linie angeben. Um den Radius zu finden, haben wir noch durch 2 zu dividieren. Also ist:

$$r = \frac{v^2}{g}.$$

Multiplizieren wir nun schliesslich den Zähler und den Nenner dieses Bruches mit $m$, und bedenken, daſs $mg = K$ ist, dann kommen wir zu der bereits angeführten Formel:

$$r = \frac{mv^2}{K}.$$

Wir ersehen daraus, daſs, wie bereits gesagt wurde, $r$ kleiner wird, daſs also die Krümmung stärker wird, wenn wir die Kraft $K$ vergröſsern, sowie daſs, wenn wir die Kraft unverändert lassen, die Krümmung bei zunehmender Geschwindigkeit abnimmt. Auf einen schnell bewegten Körper hat eine senkrecht zur Bewegungsrichtung wirkende Kraft, was die Änderung dieser Richtung betrifft, geringeren Einfluſs als auf einen Körper mit geringer Geschwindigkeit. Man vergleiche die Bewegung einer Gewehrkugel mit der eines Spielballes, oder zwei Wasserstrahlen, die mit verschiedenen Geschwindigkeiten in horizontaler Richtung aus einem Gefäſse herausspritzen.

Wir sind zu der Formel durch Betrachtung des besonderen Falles gekommen, dafs die wirkende Kraft die Schwerkraft ist, und dafs sich der Körper gerade im Scheitel der Parabel befindet. Aber das Resultat ist allgemein gültig. Jedesmal wenn auf einen in Bewegung befindlichen Körper senkrecht zur Bewegungsrichtung eine Kraft wirkt, so ändert sich die Gröfse der Geschwindigkeit nicht, aber die Bahn wird in solchem Mafse gekrümmt, dafs der Krümmungsradius durch die Formel bestimmt wird. Steht die Kraft nicht, wie bei der Parabel, nur in einem Punkte senkrecht auf der Bewegungsrichtung, sondern ist dies fortwährend der Fall, dann wird die Geschwindigkeit dauernd unverändert bleiben. Dabei kann es nun vorkommen, dafs sich die Kraft von Augenblick zu Augenblick der Gröfse nach ändert. Dann wird auch die Krümmung der Bahn in jedem Augenblicke eine andere sein, und die Bahn hat dann zuweilen eine sehr verwickelte Gestalt. Ist aber die Kraft, welche senkrecht zur Bewegungsrichtung wirkt, immer dieselbe, dann mufs $r$ gleich grofs bleiben, und dies ist in einer Ebene nur möglich, wenn die Bahn ein Kreis ist. So kommen wir zu dem wichtigen Fall, dafs sich ein Körper $A$ (Fig. 7) mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf einem Kreise bewegt, während eine Kraft $K$ in der Richtung nach dem Mittelpunkte auf ihn wirkt.

Fig. 7.

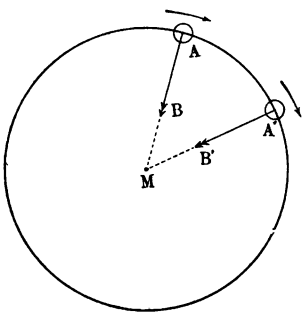
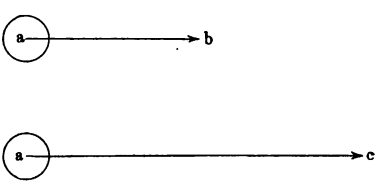



Fig. 8.




Mit dieser Kreisbewegung werden wir uns heute abend hauptsächlich beschäftigen. Wir wollen aber den Faden unserer Betrachtungen hier für einen Augenblick abbrechen, um einen Punkt aus der Lehre von den Kräften zu besprechen, der uns weiter von Nutzen sein kann.

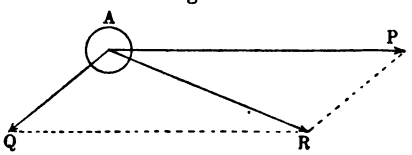
Es kommt oft vor, dafs auf einen Körper nicht eine, sondern zwei oder mehr Kräfte zugleich wirken, die, wie ich annehmen will, verschiedene Richtung haben. Um in einem solchen Falle eine deutliche Vorstellung von den Kräften zu bekommen, benutzen wir geometrische Figuren, in denen die Richtung und die Gröfse der Kräfte durch die Richtung und die Gröfse von geraden Linien angegeben werden.

Durch Fig. 8, in welcher der Pfeil $ac$ doppelt so lang ist als $ab$, soll angedeutet sein, dafs in dem einen Falle eine Kraft wirkt, die doppelt so grofs ist als im anderen Falle. Hat man festgesetzt, wie lang die Linie sein soll, die eine Kraft von 1 Dyn vorstellt, dann

werden Kräfte von 3, 10 oder 100 Dyn u. s. w. durch 3-, 10- oder 100mal so grofse Längen angegeben.

Das Hilfsmittel, dessen wir uns bedienen, um die Gesamtwirkung zweier Kräfte zu bestimmen, ist der Satz vom Parallelogramm der Kräfte. Wenn (Fig. 9) die beiden auf den Körper $A$ wirkenden Kräfte durch die Linien $AP$ und $AQ$ vorgestellt werden, so beschreiben wir über diesen Linien als Seiten ein Parallelogramm, d. h. wir ziehen $QR$ parallel zu $AP$, und $PR$ parallel zu $AQ$. Die Linie, welche den Punkt $A$ mit dem gegenüberliegenden Eckpunkte verbindet, die Diagonale des Parallelogramms, stellt durch ihre Richtung und Gröfse eine bestimmte Kraft vor, und die Wirkung, die $AP$ und $AQ$ zusammen ausüben, ist dieselbe wie die, welche diese durch $AR$ vorgestellte Kraft allein ausübt. So können wir zwei Kräfte durch eine einzige ersetzen. Wenn wir dies thun, so sagen wir, dafs wir sie miteinander zusammengesetzt oder vereinigt haben. Wir nennen die Kraft $AR$ die Resultierende der beiden Kräfte $AP$ und $AQ$.

Fig. 9.




Hierbei verdient vor allem hervorgehoben zu werden, dafs die Regel immer gilt, einerlei welchen Winkel die beiden Kräfte miteinander bilden und welche Gröfse sie haben. In Fig. 10 sehen Sie ein Kräfteparallelogramm von anderer Form als das vorige, und Sie können sich selbst noch mehr solcher Parallelogramme zeichnen. Wenn Sie z. B. zwei Kräfte nehmen, die gleich grofs sind und von denen die eine nur wenig von der Verlängerung der anderen abweicht, dann werden Sie finden, dafs sie sich beinahe aufheben. — Sie liefern eine kleine Resultierende, die beinahe auf den Richtungen der Kräfte selbst senkrecht steht.

Fig. 10.

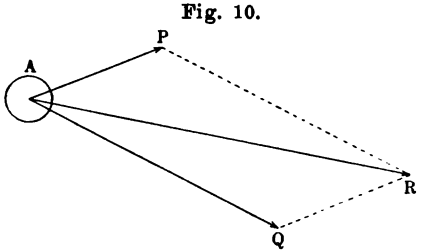
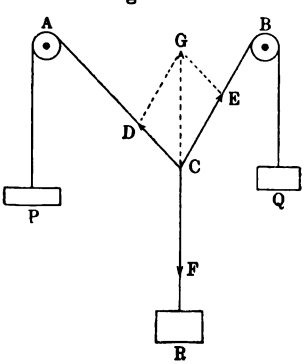



Fig. 11.




Der Satz ist aus der Erfahrung abgeleitet, und daher darf ich Ihnen wohl einen Versuch vorführen, durch den er, wenn auch nur für eine bestimmte Klasse von Kräften, bewiesen wird.

Über zwei Rollen $A$ und $B$ (Fig. 11) läuft eine Schnur, die an den Enden die Gewichte $P$ und $Q$ trägt, während im Punkte $C$ eine

andere Schnur befestigt ist, die vertikal nach unten hängt und durch ein Gewicht $R$ gespannt wird. Ich kann nun den Punkt $C$, wie Sie sehen, nach rechts oder links in Bewegung setzen, aber wenn ich den Apparat sich selbst überlasse, nehmen der Punkt $C$ und die Schnüre bestimmte Stellungen ein. Dann ist Gleichgewicht vorhanden, und wir können mit Hilfe eines Kräfteparallelogramms finden, welche Bedingung dabei erfüllt sein mufs. Wenn nämlich an dem einen Ende einer Schnur, die über eine Rolle läuft, mit einer gewissen Kraft gezogen wird, dann zieht das andere Ende durch seine Spannung mit einer ebenso grofsen Kraft an dem Gegenstande, an dem es befestigt ist. Auf den Punkt $C$ wirken daher zwei Kräfte in den Richtungen $CA$ und $CB$, die gleich den Gewichten $P$ und $Q$ sind. Wir wollen sie durch die Linien $CD$ und $CE$ vorstellen. Aufserdem wirkt auf den Punkt $C$ die Spannung der nach unten hängenden Schnur. Diese ist gleich dem Gewichte $R$ und kann, in demselben Mafsstabe wie die anderen Kräfte, durch eine Linie $CF$ vorgestellt werden.

Um nun zu finden, wann die drei Kräfte $CD$, $CE$ und $CF$ untereinander im Gleichgewichte sind, beschreiben wir aus $CD$ und $CE$ als Seiten ein Parallelogramm. Die Diagonale $CG$ desselben stellt die Kraft vor, durch welche $CD$ und $CE$ ersetzt werden können. Diese Kraft mufs also im Gleichgewicht mit $CF$ sein, was offenbar nur dann der Fall sein kann, wenn sie dieselbe Gröfse, aber gerade die entgegengesetzte Richtung hat wie $CF$, d. h. wenn sie vertikal nach oben gerichtet ist. Der Apparat, in welchem die Figur auf einem Brettchen hinter den Schnüren aufgezeichnet ist, zeigt Ihnen, dafs dies wirklich zutrifft, und damit ist der Satz vom Parallelogramm der Kräfte bewiesen.

Dieser Satz kann nun nicht allein dazu dienen, um zwei Kräfte durch eine einzige, sondern ebenso gut, um eine gegebene Kraft durch zwei andere zu ersetzen, was in vielen Fällen zur Beurteilung ihrer Wirkung zweckmäfsig ist. Nehmen Sie z. B. an, in Fig. 9 sei die Kraft $AR$ gegeben. Wir können dann die Richtungen $AP$ und $AQ$ willkürlich wählen, nur so, dafs $AR$ zwischen ihnen liegt, und, indem wir $RQ$ parallel zu $PA$ und $RP$ parallel zu $QA$ ziehen, ein Parallelogramm zeichnen, dessen Diagonale $AR$ ist. Die Seiten $AP$ und $AQ$ dieser Figur stellen Kräfte vor, die wir zusammen an die Stelle von $AR$ setzen können. Was wir jetzt gethan haben, wird das Zerlegen einer Kraft genannt. Die beiden Kräfte $AP$ und $AQ$ heifsen die Komponenten von $AR$. Natürlich kann das Zerlegen in der verschiedensten Weise vorgenommen werden, denn Sie können eine beliebige Anzahl von Parallelogrammen zeichnen, die alle $AR$ als Diagonale haben.

Hier eine Anwendung von diesem Zerlegen der Kräfte. Wenn die beiden Schnüre, die in Fig. 11 schief nach oben laufen, nicht über Rollen geleitet, sondern am oberen Ende befestigt werden, dann können

wir finden, wie stark sie durch das Gewicht $R$ gespannt werden. Denn die Spannungen müssen zusammen dieses Gewicht tragen. Sie müssen daher eine Resultierende liefern, die vertikal nach oben gerichtet und gleich $CF$ ist. Diese Kraft sei $CG$. Dann bekommen wir die Spannung der Schnüre, wenn wir $CG$ vermittelst eines Parallelogramms in $CD$ und $CE$ zerlegen.

Deutlicher wird die Sache vielleicht, wenn man damit beginnt, das Gewicht $CF$ in zwei Kräfte zu zerlegen, von denen die eine in der Verlängerung von $AC$, und die andere in der Verlängerung von $BC$ wirkt. Die eine dieser Komponenten spannt die Schnur $AC$, die andere die Schnur $BC$.

Es ist lehrreich, solche Figuren auch für den Fall zu zeichnen, dafs der Punkt $C$ höher gewählt wird, während die Punkte $A$ und $B$ an ihrer Stelle bleiben. Man findet dann, dafs die Spannungen der nach $A$ und $B$ laufenden Schnüre gröfser, und endlich, wenn $C$ nur noch wenig unterhalb der Linie $AB$ liegt (auf die Linie kann der Punkt niemals kommen), viel gröfser als das Gewicht $R$ werden. Jeder weifs, wie stark man ein horizontales Tau spannen mufs, um zu bewirken, dass ein in der Mitte aufgehängtes Gewicht nicht viel durchsinkt.

Hängt kein Gewicht in der Mitte, dann hindert doch das Gewicht der Schnur selbst das Spannen zu einer geraden Linie, und auch jetzt mufs die Spannung in der Schnur um so gröfser sein, je gerader man sie haben will. Die Theorie dieses Falles ist etwas schwieriger, beruht aber auf denselben Prinzipien. Ist ein Telegraphen- oder Telephondraht an zwei Stangen befestigt, die 100 m voneinander entfernt stehen, und sinkt er in der Mitte 0,5 m durch — Sie können dies leicht sehen, wenn Sie in der Eisenbahn fahren — dann ist die Spannung an den Enden, also die Kraft, mit der der Draht an den Stangen zieht, 25 mal das Gewicht des Drahtes. Wird der Draht an einem Wintertage schwer mit Eis (Rauhfrost) bedeckt, so kommt noch das 25 fache vom Gewicht des Eises hinzu, und es sind Ihnen wohl Beispiele bekannt, dafs der Draht unter dieser Last reifst.

Ich ersuche Sie nun, noch einmal zur Fig. 5 zurückzukehren und auf den Augenblick zu achten, in dem der Körper, der die Parabel beschreibt, in $C$ ist. $CP$ möge die Schwerkraft vorstellen. Diese zerlegen wir in die Kraft $CQ$ in der Richtung der Bewegung, und die Kraft $CR$ senkrecht darauf. Den Einfluſs der Schwerkraft auf die Bewegung können wir nun in der Weise beschreiben, dafs wir sagen, $CQ$ vergröfsere die Geschwindigkeit (diese Vergröfserung hängt von der Gröfse dieser Komponente und von der Masse des Körpers ab) und die Krümmung der Bahn komme auf Rechnung von $CR$. Der Krümmungsradius wird durch die Formel auf S. 21 bestimmt, wenn man für $K$ die Gröfse der Kraft $CR$ einsetzt, und für $v$ natürlich die Geschwindigkeit, die der Körper im Punkte $C$ hat.

Ich fürchte fast, mit diesen Auseinandersetzungen Ihre Geduld zu sehr in Anspruch genommen zu haben, aber wir haben nun auch alle Prinzipien kennen gelernt, durch die ein Mathematiker die Bewegung von Körpern unter der Einwirkung gegebener Kräfte berechnen kann oder wenigstens, denn oft wird es zu schwierig, zu berechnen versuchen kann. Die Kraft kann stets in zwei Komponenten zerlegt werden, von denen die eine in die Richtung der Bahn fällt und die andere senkrecht auf der Bahn steht, und stets bestimmt die eine Komponente die Veränderung der Gröfse der Geschwindigkeit und die andere die Veränderung der Richtung der Bewegung.

Wie weit man es in solchen Berechnungen gebracht hat, werden wir sogleich noch sehen. Für den Augenblick wählen wir einen einfacheren Gegenstand.

Wir sahen bereits, dafs ein Körper (Fig. 7) einen Kreis beschreiben kann, wenn auf ihn eine Kraft wirkt, die stets nach dem Mittelpunkte gerichtet ist. Die Kraft ist auch wirklich nötig und sie mufs eine bestimmte Gröfse haben, die wir aus der ersten Formel auf S. 21 ableiten können. Multiplizieren wir mit $K$, so erhalten wir:

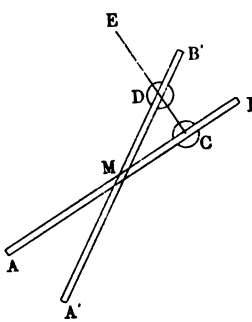
$$Kr = mv^2,$$

also

$$K = \frac{mv^2}{r}.$$

Soviel Dyn mufs die Kraft betragen, wenn $m$ die Masse in Gramm, $r$ den Radius in Centimetern und $v$ die Geschwindigkeit in Centimetern per Sekunde bezeichnet. Wäre die Kraft nach dem Mittelpunkte überhaupt nicht da, so würde der Körper auf einer geraden Linie, auf der Tangente an den Kreis fortschreiten. Wäre die Kraft kleiner als soeben angegeben wurde, dann würde die Bahn allerdings von der geraden Linie abweichen, aber in geringerem Grade als der Kreis. Der Körper würde sich noch etwas weiter vom Mittelpunkte entfernen. Wenn dagegen die Kraft gröfser wäre, als für die Bewegung auf dem Kreise erforderlich ist, so würde die Bahn in das Innere des Kreises fallen.

Fig. 12.




Jetzt können wir eine Anzahl von Erscheinungen verstehen, die man bei drehenden Bewegungen zu beobachten Gelegenheit hat. Ich habe hier z. B. einen Stab $AB$ (Fig. 12), der in einer horizontalen Ebene schnell um seinen Mittelpunkt $M$ gedreht werden kann. Auf dem Stabe kann sich eine durchbohrte Kugel $C$ verschieben. Beachten Sie jetzt, dafs sich infolge der Drehung die Kugel vom Mittelpunkte $M$ entfernt und nach dem Ende $B$ des Stabes fliegt. Dies ist leicht zu erklären. Wir

haben darin eine Bestätigung des Gesetzes zu erblicken, dafs ein Körper mit einer einmal erlangten Geschwindigkeit in gerader Linie fortschreitet, wenn keine Kraft vorhanden ist, die dies verhindert. Wenn der Stab in Bewegung gesetzt wird, während die Kugel in $C$ ist, so bekommt diese, indem sie an der Drehung teilnimmt, eine Geschwindigkeit in der Richtung von $CE$. Auf dieser Linie geht dann die Kugel weiter und sie ist in den Punkt $D$ gekommen, wenn der Stab die Lage $A'B'$ erreicht hat. Man erkennt leicht, dafs der Abstand vom Mittelpunkt gröfser geworden ist.

Denken Sie sich nun, wir hätten die Kugel vermittelst einer Schnur in der Mitte $M$ von $AB$ befestigt. Dann würde sie auch wieder anfangen sich von $M$ zu entfernen, aber dies würde alsbald aufhören. Die Schnur würde ausgedehnt werden und sie würde vermöge ihrer Elasticität in der Richtung nach $M$ eine Kraft auf die Kugel ausüben. Diese Kraft würde zugleich mit der Ausdehnung zunehmen, bis sie die durch unsere Formel ausgedrückte Gröfse hat. Dann würde sie gerade hinreichend sein, um den Körper zu zwingen, sich auf einem Kreise zu bewegen. Der Körper würde sich dann nicht weiter vom Mittelpunkte entfernen, und die Schnur würde nicht noch weiter gespannt werden.

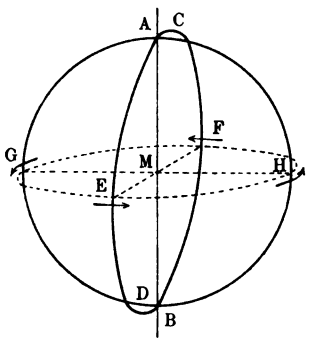
In derselben Weise wie in diesem Beispiel wird auch eine Schnur gespannt, von der wir das eine Ende festhalten, während am anderen Ende eine Kugel befestigt ist, die wir durch eine bekannte Handbewegung in einer vertikalen Ebene herumschwingen. Lassen wir in der einen oder anderen Weise, wie bei einer Schleuder, die Kugel entweichen, so entfernt sie sich in der Richtung der Tangente an den bis dahin beschriebenen Kreis und beschreibt unter dem Einflusse der Schwerkraft eine Parabel.

Wie stark die Schnur sein mufs, um in einem solchen Falle nicht zu zerreifsen, können wir vermittelst der Formel berechnen. Ich will z. B. an einem Stahldraht von 1 m Länge einen Körper von 1 kg mit einer Geschwindigkeit von 10 m per Sekunde herumschleudern. Dann ist in unseren C. G. S.-Einheiten $m = 1000$, $v = 1000$, $r = 100$, und die Formel lehrt uns, dafs die Kraft, die nach dem Mittelpunkte hin wirken mufs, 10000000 Dyn sein mufs. So grofs mufs also die Spannung des Drahtes werden. Nehmen wir nun an, dafs ein Stahldraht von 1 qmm Querschnitt ein Gewicht von höchstens 80 kg, entsprechend einer Kraft von ungefähr 80000000 Dyn, tragen kann, dann ergiebt sich, dafs der Querschnitt des Drahtes mindestens $^1/_8$ qmm sein mufs, wenn der Draht nicht reifsen soll. Ebenso kann man berechnen, wie schnell die Drehung sein mufs, um einen Draht von gegebener Dicke zu zerreifsen, und nach denselben Prinzipien, wenn auch nicht so leicht, läfst sich berechnen, bei welcher Geschwindigkeit ein Schwungrad in Stücke fliegen würde.

Mit dem Apparat, dessen wir uns soeben bedient haben, kann ich Ihnen noch ein paar andere Beispiele von der Erscheinung geben,

dafs sich Körper oder Teile eines Körpers bei einer Drehung infolge der Geschwindigkeit, die sie bekommen, von der Achse entfernen. Befestige ich an der vertikalen Drehungsachse $AB$ die beiden Metallreifen $CGDH$ und $CEDF$ (Fig. 13) und setze sie in Rotation, so bekommen die Teile $G$, $E$, $H$ und $F$ die durch die Pfeile angedeuteten Geschwindigkeiten und entfernen sich infolgedessen von der Achse.

Fig. 13.




Die Reifen verlängern sich in horizontaler Richtung, bis die Gegenkraft des Metalles eine weitere Ausdehnung verhindert. Die Ausdehnung ist von einer Verkürzung des vertikalen Durchmessers begleitet, und so sehen Sie eine Erscheinung, die man zuweilen benutzt, um die Abplattung der Erde zu veranschaulichen. Ohne Zweifel ist auch diese zu einer Zeit, als die Erde noch nicht fest war, durch die Achsendrehung entstanden, nur sind die Kräfte, die bei der Erde eine weitere Ausdehnung am Äquator verhindert haben, von ganz anderer Art gewesen als die Elasticität dieser Metallreifen.

Wie nun in einem cylindrischen Glase, welches teilweise mit Wasser gefüllt ist, wenn es um die Achse des Cylinders gedreht wird, die Flüssigkeit am Rande in die Höhe steigt, so dafs die Oberfläche eine zierlich gebogene Form annimmt, brauche ich Ihnen kaum zu zeigen und genauer zu erklären, ebensowenig, dafs die Luft in einem derartigen cylindrischen, oben geschlossenen Raume, wenn er in Drehung versetzt wird, in der Nähe der Achse verdünnt wird und am Umfang entweicht, wenn hier Öffnungen sind, oder sich ansammelt, wenn der Raum hier geschlossen ist. Die Verdünnung im zentralen Teil des Raumes kann man dadurch bemerkbar machen, dafs man diesen Teil mit dem oberen Ende einer vertikalen Röhre verbindet, die mit dem unteren Ende in einem Gefäfs mit Wasser steht. Infolge der Rotation steigt dann die Flüssigkeit in der Röhre empor.

Bis jetzt gaben wir den betrachteten Körpern eine bestimmte Umdrehungsgeschwindigkeit. Dadurch entstand dann z. B. in der Schnur eine Spannung, die gerade die durch unsere Formel verlangte Gröfse hat. Die Kraft pafste sich also der Geschwindigkeit der Bewegung an.

Es kann aber auch vorkommen, dafs die Kraft, die den Körper nach dem Mittelpunkte treibt, schon durch die Umstände bestimmt ist. In diesem Falle kann sich der Körper nur dann auf einem Kreis bewegen, wenn er eine ganz bestimmte Geschwindigkeit besitzt. Diese Geschwindigkeit kann aus unserer Formel abgeleitet werden. Aus der ersten Gleichung auf S. 26 ergiebt sich, dafs die zweite Potenz der

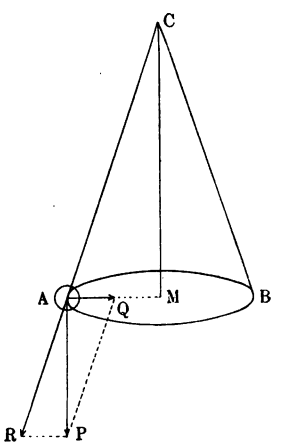
Geschwindigkeit gleich der Zahl sein muſs, die man erhält, wenn man $Kr$ durch $m$ dividiert, was wir dadurch ausdrücken, daſs wir schreiben

$$v = \sqrt{\frac{Kr}{m}}.$$

Die Geschwindigkeit muſs also um so gröſser sein, je gröſser die Kraft ist.

Zur Erläuterung hiervon kann ein Pendel dienen wie dasjenige, dessen wir uns bereits vorige Woche bedient haben. Wir heben jetzt die Kugel $A$ (Fig. 14) wieder auf eine gewisse Höhe, geben ihr aber jetzt, indem wir sie loslassen, eine Geschwindigkeit senkrecht zu der Ebene, in welcher wir sie aus der Gleichgewichtslage gebracht haben. Ist die Geschwindigkeit groſs, dann beschreibt die Kugel eine längliche ellipsenförmige Bahn, in der sie sich weiter als der Punkt $A$ von der Gleichgewichtslage entfernt. Auch bei einer kleinen Geschwindigkeit hat die Bahn eine derartige Gestalt, aber so, daſs der Körper der Gleichgewichtslage näher kommt als der Punkt $A$. Dadurch, daſs ich der Kugel gerade die richtige Geschwindigkeit erteile, kann ich bewirken, daſs sie sich auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt $M$ bewegt.

Fig. 14.




Wir brauchen hier nach der Kraft, die den Körper nach dem Mittelpunkte treibt und ohne die keine Kreisbewegung möglich ist, nicht weit zu suchen. Sie entspringt aus der Anziehung der Erde und ihre Gröſse ergiebt sich aus einer einfachen Figur. Wir zerlegen nämlich das Gewicht $AP$ der Kugel vermittelst des in der Figur gezeichneten Parallelogramms in eine Komponente $AR$ in der Verlängerung der Schnur und eine Komponente $AQ$, die nach dem Punkt $M$ gerichtet ist. Die erste Komponente spannt die Schnur, hat aber keinen Einfluſs auf die Bewegung. Die zweite ist die Kraft, die den Körper zwingt, sich in einem Kreis zu bewegen, und wenn wir in unserer letzten Formel für $K$ die Gröſse dieser Komponente einsetzten, so würden wir die Geschwindigkeit finden, die wir dem Körper erteilen müssen, damit er sich auf einer kreisförmigen Bahn bewegt.

Die Berechnung will ich unterlassen, nicht weil sie zu schwierig ist, sondern weil sie zu viel Zeit erfordern würde. Das Resultat hängt vom Radius ab, den ich dem Kreise geben will. Zu jedem Radius gehört eine bestimmte Geschwindigkeit und auch eine bestimmte Umlaufszeit. Diese letztere ist um so kleiner, je gröſser der Radius ge-

wählt wird, wie Sie sehen können, wenn ich zwei nebeneinander aufgehängte Pendel Kreise beschreiben lasse, aber das eine einen grofsen und das andere einen kleinen.

Ich hoffe Ihnen durch das Vorhergehende wohl auch klar gemacht zu haben, dafs, sobald man beobachtet hat, welche Bewegung ein Körper hat, man daraus ableiten kann, welche Kraft auf ihn wirkt. Das merkwürdigste Beispiel davon haben uns die Astronomen gegeben, die aus dem beobachteten Lauf der Himmelskörper auf die Kräfte geschlossen haben, denen sie unterworfen sind. Der Umstand, dafs viele Himmelskörper in Bahnen laufen, die wenig von Kreisen abweichen, macht es uns möglich, diesen Untersuchungen zu folgen und mit sehr bescheidenen mathematischen Hilfsmitteln zu Resultaten zu gelangen, die für unsere Kenntnis der Natur von der gröfsten Wichtigkeit sind.

Wir wollen mit demjenigen Himmelskörper beginnen, der uns am nächsten ist, mit dem Mond. Er beschreibt eine kreisförmige Bahn um die Erde und mufs daher unter der Einwirkung einer nach der Erde hin gerichteten Kraft stehen. Niemand wird daran zweifeln, dafs diese Kraft einem Einflusse der Erde zuzuschreiben ist. Wir können sie daher ruhig eine Anziehung durch die Erde nennen.

Aber nun entsteht eine wichtige Frage. Wir wissen bereits, dafs alle Körper an der Oberfläche der Erde durch unseren Planeten angezogen werden, und zwar in vertikaler Richtung, d. h. nach dem Mittelpunkte der Erde hin. Ist nun diese Anziehung von derselben Art wie die, welche auf den Mond wirkt, ist sie z. B. derselben Zustandsänderung in dem Medium, welches die Erde umgiebt, zuzuschreiben, oder ist sie etwas ganz anderes? Man könnte im ersten Augenblicke denken, dafs dies nicht zu ermitteln sei, solange wir nicht einerseits mit dem Mechanismus, durch den ein fallender Stein nach der Erde gezogen wird, und andererseits mit der Art und Weise, in welcher die Erde auf den Mond wirkt, bekannt sind, und davon sind wir leider noch weit entfernt. Allein bei näherer Überlegung finden wir doch ein Mittel, um zu einer Entscheidung zu kommen. Eine Wirkung der Erde, die einer bestimmten Grundursache zuzuschreiben ist, wird wohl mit der Entfernung von der Erde nach der einen oder anderen festen Regel abnehmen. Sind also die Kräfte, die auf den Mond und auf einen fallenden Stein wirken, von derselben Art, dann dürfen wir erwarten, dafs ein Zusammenhang, vielleicht ein einfacher Zusammenhang, zwischen den Kräften und den Abständen vom Mittelpunkte der Erde besteht. Dagegen können wir auf einen solchen Zusammenhang nicht rechnen, und wir würden ihn, wenn er bestände, nicht begreifen, wenn die Kräfte von ganz verschiedenem Ursprung wären. Die Hypothese, dafs eine Verwandtschaft zwischen den Kräften besteht, läfst sich also dadurch auf die Probe stellen, dafs wir untersuchen, ob ein Zusammenhang, wie ich ihn soeben andeutete, wirklich aufzufinden ist.

Dazu müssen wir die Gröfse der Kraft, die auf den Mond wirkt, mit Hilfe der Formel

$$K = \frac{mv^2}{r}$$

berechnen.

Nun ist der Abstand des Mondes vom Mittelpunkte der Erde, d. h. der Radius seiner Bahn, 60,3 mal so grofs als der Erdradius, und diesen letzteren kennen wir, da wir wissen, dafs der Umfang der Erde 40 Millionen Meter ist. Wir finden hieraus

$$r = 384 \times 10^8 \text{ cm}^{1}).$$

Ferner hat man beobachtet, dafs der Mond seine Bahn in 27,3 Tagen durchläuft. Da wir aus dem Radius den Umfang des Kreises berechnen können, setzt uns diese Umlaufszeit in den Stand, die Geschwindigkeit der Bewegung zu ermitteln. Das Resultat ist

$$v = 102\,300 \text{ cm pro Sekunde.}$$

Nun kennen wir allerdings die Masse $m$ des Mondes nicht. Aber unsere Hypothese enthält auch die Annahme, dafs die Erde auf jedes Gramm, welches im Monde enthalten ist, dieselbe Kraft ausübt, ebenso wie hier auf der Erdoberfläche jedes Gramm derselben Kraft unterworfen ist. Wir berechnen daher nicht die Kraft, die auf den ganzen Mond, sondern die Kraft, die auf ein Gramm dieses Himmelskörpers wirkt, und vergleichen diese dann mit der Kraft, die auf ein Gramm in unserer Umgebung wirkt. Setzen wir nun $m = 1$, und nehmen wir für $v$ und $r$ die angegebenen Zahlen, so finden wir für die auf jenes eine Gramm im Monde wirkende Kraft

$$0{,}272 \text{ Dyn},$$

d. h. 3610 mal weniger als die Kraft auf ein Gramm auf der Erdoberfläche, die, wie wir wissen, 981 Dyn beträgt. Nun ist das Verhältnis der Entfernungen vom Mittelpunkt der Erde 60,3, und wenn ich diese Zahl auf die zweite Potenz erhebe, so erhalte ich $60{,}3 \times 60{,}3 = 3640$. Dies ist beinahe dasselbe, was wir soeben für das Verhältnis der Anziehungen fanden. Wir wollen nur annehmen, dafs der Unterschied von Umständen herrührt, auf die wir bei der Berechnung keine Rücksicht genommen haben — ich werde diese Annahme noch rechtfertigen — und können, da wir einen sehr einfachen Zusammenhang finden, die Hypothese von der Gleichartigkeit der beiden Kräfte als bestätigt ansehen. Zugleich kommen wir zu dem Schlufs, dafs die Anziehung der Erde der zweiten Potenz des Abstandes vom Mittelpunkt umgekehrt proportional ist. Da wir gefunden haben, dafs in einem 60 mal gröfseren Abstande die Anziehung $60^2$ mal kleiner ist, so dürfen wir wohl erwarten, dafs, wenn man den Abstand $a$ mal gröfser macht, die Anziehung $a^2$ mal schwächer wird.

---

[1]) Dies bedeutet die Zahl, in der auf die Ziffern 384 acht Nullen folgen.

Hiermit haben wir den ersten Schritt in die berühmte von Newton begründete Lehre von der allgemeinen Anziehungskraft gethan. Über die weitere Entwicklung seiner Theorie, über ihre sorgfältige Vergleichung, während mehr als zwei Jahrhunderte, mit alten und neuen Beobachtungen, werde ich mich kurz fassen. Ich weise daher nur mit wenigen Worten darauf hin, dafs, ebenso wie wir die Bewegung des Mondes mit derjenigen eines fallenden Körpers verglichen haben, wir auch die Bewegungen von zwei oder mehr Trabanten, wie sie z. B. Jupiter hat, miteinander vergleichen können. Dies Problem, das einige Ähnlichkeit mit der Frage hat, wie sich die Geschwindigkeit ändern mufs, wenn wir das früher besprochene Pendel einmal einen grofsen und einmal einen kleinen Kreis durchlaufen lassen wollen, kann auch wieder mit unseren Formeln gelöst werden.

Man findet, dafs, wenn die Kraft, wie Newton lehrte, der zweiten Potenz der Entfernung umgekehrt proportional ist, der am weitesten entfernte Trabant die kleinste Geschwindigkeit haben mufs, und zwar mufs die zweite Potenz der Geschwindigkeit dem Radius der Bahn umgekehrt proportional sein. Die Bewegung der Jupitermonde stimmt hiermit thatsächlich überein, ein Beweis dafür, dafs auch die von diesem Planeten auf benachbarte Körper ausgeübte Anziehung das Newtonsche Gesetz befolgt. Eine Bestätigung in noch gröfserem Mafsstabe liefert uns die Bewegung der Planeten um die Sonne. Die Geschwindigkeiten von Erde und Jupiter z. B. verhalten sich wie 2,28 zu 1, und die Entfernungen von der Sonne verhalten sich wie 1 zu 5,20. Nun ist $5{,}20 = 2{,}28 \times 2{,}28$, und so ergiebt sich, dafs das Newtonsche Gesetz über den Zusammenhang zwischen der Anziehung und dem Abstand auch auf die durch die Sonne ausgeübte Wirkung anwendbar ist. Wenn ich mich nicht beschränken müfste, dann würde auch die wirkliche Gestalt der Planetenbahnen besprochen werden müssen. Dafs sie mehr oder weniger von Kreisen abweichen, ist nicht zu verwundern. In einem bestimmten Abstande von der Sonne giebt es nur eine einzige Geschwindigkeit, mit der eine kreisförmige Bahn beschrieben werden kann, und jede Abweichung von dieser Geschwindigkeit mufs eine andere Bahn geben. Wenn ich ein Pendel in einem Kreise laufen lassen will, so mache ich leicht die Geschwindigkeit etwas zu grofs oder zu klein und bekomme dann nicht eine kreisförmige Bewegung, sondern eine Bahn, die einer Ellipse um so ähnlicher ist, je weniger sie sich von der Gleichgewichtslage entfernt. Ebenso beschreibt ein Planet, der mit einer Kraft, die der zweiten Potenz des Abstandes umgekehrt proportional ist, nach der Sonne getrieben wird, eine Ellipse, sobald seine Geschwindigkeit von der für den Kreis erforderlichen abweicht. Zwischen den beiden Fällen besteht jedoch der Unterschied, dafs bei dem Pendel die Gleichgewichtslage in den Mittelpunkt der Ellipse fällt, während die Sonne nicht im Mittelpunkte der Bahn steht, sondern in einiger Entfernung davon. Man

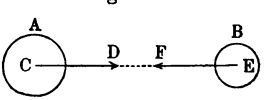
kann aus den Prinzipien der Mechanik ableiten, wie es sich hiermit verhält, ebenso wie sich die Geschwindigkeit bei der elliptischen Bewegung von Augenblick zu Augenblick ändert. Alle diese Einzelheiten findet man durch die Beobachtung bestätigt, oder vielmehr Kepler hatte sie bereits aus der Beobachtung abgeleitet, bevor Newton den Schlüssel zu ihrer Erklärung gab.

In seiner allgemeinsten Form bildet das Newtonsche Gesetz eine grofsartige Generalisation. Sie besagt, dafs jedes Paar von Massenteilchen sich gegenseitig mit einer Kraft anziehen, die der zweiten Potenz der Entfernung umgekehrt proportional ist. Sie beschränkt sich demnach nicht mehr auf die Anziehung, die von einem Himmelskörper im ganzen ausgeht, sondern sie dringt viel tiefer ein und fafst diese als die Resultierende zahlloser Kräfte auf, von denen jede von einem Stoffteilchen des Körpers ausgeübt wird. Sie stellt der Mathematik die Aufgabe, die Resultierende aller dieser Elementarwirkungen zu bestimmen.

Die Antwort lautet, dafs die resultierende Anziehung einer Kugel, deren Masse gleichmäfsig über das Volum verteilt ist, nach dem Mittelpunkte gerichtet und der zweiten Potenz des Abstandes von diesem Punkt umgekehrt proportional ist. So wird es gerechtfertigt, dafs wir bei der Betrachtung des Steines und des Mondes immer mit den Abständen vom Mittelpunkte der Erde gerechnet haben.

Das Newtonsche Gesetz geht noch in einer anderen Hinsicht weiter als die Betrachtungen, die ich Ihnen mitteilte. Es behauptet, dafs sich die beiden Körper einander anziehen. In der That besteht bei zwei Körpern niemals eine einseitige, sondern immer eine gegenseitige Wirkung. Übt der erste Körper auf den zweiten in irgend einer Weise eine Wirkung von bestimmter Richtung und Gröfse aus, so erfährt er zugleich von diesem eine Wirkung von derselben Gröfse, aber von entgegengesetzter Richtung. Dies ist eine Regel, die wir ohne Ausnahme bestätigt finden. Ein Gewicht, welches auf dem Tische liegt, drückt auf diesen nach unten, wird aber mit einer ebenso grofsen Kraft durch das Holz, welches etwas deformiert wird, nach oben gedrückt. Die beiden zusammenstossenden Kugeln von früher drücken gegeneinander, und ein Stück Eisen zieht ebensogut einen Magnetpol an, als es selbst von diesem angezogen wird. Stellen wir die Kraft, mit der ein Körper $A$ einen Körper $B$ anzieht, durch den Pfeil $EF$ (Fig. 15) vor, dann müssen wir die Wirkung von $B$ auf $A$ durch einen ebenso grofsen Pfeil $CD$ angeben.

Fig. 15.




Wenn sich diese Figur auf die allgemeine Anziehungskraft oder Schwerkraft beziehen soll, so mufs, wie wir bereits von fallenden Körpern wissen und wie es uns die astronomischen Erscheinungen für die Himmelskörper bestätigen, die Kraft $EF$ verdoppelt werden, wenn wir

die Masse von $B$ verdoppeln. Die Gleichheit der beiden Kräfte erfordert, dafs dann auch $CD$ verdoppelt wird. Machen wir dann die Masse von $A$ z. B. dreimal so grofs, als sie ursprünglich war, dann müssen die beiden Kräfte wieder dreimal so grofs werden, also das Sechsfache von dem, was sie ursprünglich waren. Also finden wir, dafs die gegenseitige Anziehung sowohl der Masse des einen, als auch der Masse des andern Körpers, mit anderen Worten, dafs sie dem Produkt der Zahlen, die die beiden Massen ausdrücken, proportional ist.

Dies mufste ich noch hinzufügen, um Ihnen die Entdeckung Newtons in ihrem vollen Umfange zu beleuchten und Sie mit der Waffe bekannt zu machen, mit der die Astronomen die Untersuchung der Bewegungen, die der Himmel bietet, mit dem bekannten glücklichen Erfolg in Angriff genommen haben. Ich würde zu weit gehen, wenn ich behaupten wollte, dafs sie alles enträtselt haben. Es bleiben z. B. in der Bewegung des Planeten Merkur kleine Abweichungen von der Theorie übrig, die man noch nicht hat erklären können, aber den Unterschied zwischen den Zahlen 3610 und 3640, den wir in unserer Betrachtung vernachlässigt haben, hat man doch vollständig erklären können, indem man die wahre Bewegung des Mondes und die genaue Gestalt der Erde berücksichtigte. Auch liessen sich die kleinen Abweichungen von der elliptischen Bewegung, die durch die gegenseitige Anziehung aller Körper des Sonnensystems verursacht werden, mit immer gröfserer Genauigkeit aus der Theorie ableiten. So ist die theoretische Astronomie das glänzendste Beispiel einer Wissenschaft geworden, welche die Erscheinungen vorauszusagen weifs, und von der Gültigkeit der Gesetze der allgemeinen Anziehungskraft sind wir so fest überzeugt, dafs auch der Gedanke nicht aufkommt, eine Sonnenfinsternis, wie z. B. diejenige, zu deren Beobachtung in Niederländisch-Indien sich jetzt heimatliche Gelehrte anschicken, könne eine Minute zu früh oder zu spät eintreten.

Sie fühlen, dafs der Wunsch entstehen mufste, die Behauptung der Gravitationstheorie, dafs zwei beliebige Körper, z. B. zwei Stücke Metall, einander anziehen, durch direkte Beobachtung zu bestätigen. Dies ist in der That gelungen, obschon die zu beobachtenden Kräfte äufserst schwach sind. Schon vor langer Zeit hat Cavendish die Anziehung gemessen, die von einer Bleikugel von 150 kg ausgeübt wird, und verschiedene Physiker haben diese Versuche mit den verfeinerten Hilfsmitteln unserer Zeit wiederholt. Ich nenne nur die Untersuchung, die Boys zwischen 1892 und 1895 ausgeführt hat. Ein kleines und leichtes horizontales Stäbchen, welches in der durch Fig. 1 (S. 3) veranschaulichten Weise, und zwar an einem sehr dünnen Quarzfaden aufgehängt war, trug an jedem Ende ein goldenes Kügelchen von ein paar Gramm. In einiger Entfernung von diesen Kügelchen befanden sich Bleikugeln von rund 7 kg, die so aufgestellt waren, dafs der Einfluſs ihrer Anziehung auf die Lage der goldenen Kügelchen

möglichst grofs war, und es gelang nun wirklich, durch diese Kraft eine geringe, aber doch gut mefsbare Veränderung in der Stellung des Stäbchens zu bewirken. Ich brauche Ihnen wohl nicht zu sagen, wieviel Talent und Ausdauer für diese Beobachtungen nötig gewesen ist, die durch das geringste Zittern des Bodens oder den schwächsten Luftstrom in der Umgebung des Stäbchens unmöglich gemacht sein würden.

Das Ergebnis dieser Untersuchungen war, dafs zwei Kügelchen von je 1 g, deren Mittelpunkte 1 cm voneinander entfernt sind, sich mit einer Kraft von

$$\frac{6{,}66}{10^8} \text{ Dyn}$$

anziehen.

Wenn man dies weifs, so kann man die Anziehung zwischen zwei Massen von gegebener Gröfse, die sich in einem gegebenen Abstande voneinander befinden, vermittelst des Newtonschen Gesetzes berechnen. Ebenso kann man aus der Anziehung, der Gröfse der einen Masse und dem gegenseitigen Abstande beider Massen die Gröfse der anderen Masse ableiten. So kann man ermitteln, welche Masse die Erde haben mufs, damit sie ein Gramm an ihrer Oberfläche mit einer Kraft von 981 Dyn anzieht.' Führt man die Berechnung aus, so findet man mit Rücksicht auf das bekannte Volum der Erde, dafs die Masse 5,53 mal so grofs ist, als wenn die ganze Erde aus Wasser bestände.

---

## III.

## Schwingende Bewegungen. Lichtstrahlen.

Die beiden Sinnesorgane, die uns mehr und besser als andere in den Stand setzen, eine Vorstellung von der uns umgebenden Welt zu bekommen, das Hörorgan und das Sehorgan, erhalten beide ihre Eindrücke dadurch, dafs sie schnelle hin und her gehende Bewegungen, die von aufsen kommen, in sich aufnehmen. Daher ist die Lehre von den Schwingungen für jeden von Wichtigkeit, der sich von der Art und Weise Rechenschaft geben will, wie wir wahrnehmen, sowie von den Folgerungen, die wir aus unseren Wahrnehmungen ziehen dürfen. Für den Physiker ist sie von hohem Wert wegen des Reichtums der Erscheinungen, der Schönheit der Gesetze und der Einsicht in das Wesen der Dinge, die sie uns eröffnet.

Wenn wir jetzt, allerdings grofsenteils nur in flüchtiger Übersicht, an diese Kapitel der Physik herantreten, so verlassen wir

alsbald die sichtbaren Bewegungserscheinungen und kommen auf ein Gebiet, wo uns die Einbildungskraft und die Theorie leiten müssen.

Der Übergang kann indessen ein allmählicher sein. Wir sprachen bereits über das hin und her schwingende Pendel und die schwingende Magnetnadel, und bemerkten die Übereinstimmung zwischen diesen Körpern. In beiden Fällen giebt es eine Gleichgewichtslage und eine Kraft, die den Körper, sobald er sie verlassen hat, in dieselbe zurücktreibt. Diese Kraft war bei dem einen Körper die Schwerkraft, bei dem anderen eine magnetische Kraft, aber es ist klar, dafs die Schwingungen ebensogut möglich sein würden, wenn die Kraft von ganz anderer Art wäre. Immer, wenn ein Körper (oder ein Teil eines Körpers oder ein System von Körpern) sich unter solchen Umständen befindet, dafs er in einer bestimmten Lage im Gleichgewicht ist, und dafs er, sobald er von dieser Lage abweicht, unter der Wirkung einer Kraft steht, die ihn in jene Lage zurückzutreiben strebt und die wir daher — um einen kurzen Namen zu haben — die zurücktreibende Kraft nennen wollen, dann kann eine hin und her gehende oder schwingende Bewegung stattfinden. Wir bringen z. B. den Körper um eine gewisse Entfernung aus der Gleichgewichtslage und lassen ihn dann los. Wir sehen ihn nach der Gleichgewichtslage zurückkehren, und zwar, da die zurücktreibende Kraft hierbei in der Richtung der Bewegung wirkt, mit einer beschleunigten Bewegung. So erreicht er also die Gleichgewichtslage mit einer gewissen Geschwindigkeit und kann dann nicht auf einmal stillstehen. Er geht durch die Gleichgewichtslage hindurch, befindet sich dann aber sofort unter der Einwirkung einer Kraft, die der Bewegung entgegenwirkt. Die Bewegung wird verzögert, vollständig erschöpft, kehrt dann um, so dafs der Körper von neuem durch die Gleichgewichtslage geht, sich von dieser entfernt, dann wieder zurückkommt, u. s. w. Sie begreifen diese Bewegungserscheinung sehr leicht, und Sie sehen auch sofort, dafs man bei dem eingehenderen Studium derselben vor allen Dingen die Aufmerksamkeit auf die Schwingungszeit oder Schwingungsdauer zu richten hat. So nennen wir die Zeit, die für einen vollen Hin- und Hergang erforderlich ist. Soll diese Zeit, die auch als Periode bezeichnet wird, durch Rechnung gefunden werden, so kommen — und dies ist eine wichtige allgemeine Regel — die Gröfse der zurücktreibenden Kraft und die Gröfse der Masse des Körpers in Betracht. Wir bemerkten schon früher, dafs die Hinzufügung einer Masse, die nicht der Schwerkraft unterworfen ist, die Schwingungen langsamer machen würde. Denselben Einfluſs hat in allen Fällen eine Vergröfserung der Masse bei gleichbleibender zurücktreibender Kraft. Wird aber diese letztere gröfser gemacht, dann wird die Bewegung nach der Gleichgewichtslage hin mit gröfserer Geschwindigkeit erfolgen. Die Schwingung muſs infolgedessen schneller werden, wie ich Ihnen leicht zeigen kann, indem ich diese Kompafsnadel, von der

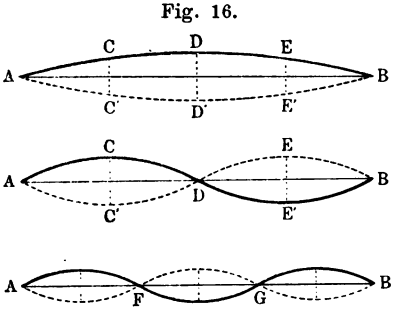
Sie ein Bild auf dem Schirm sehen, nicht nur durch den Erdmagnetismus, sondern aufserdem noch durch einen Magneten, den ich annähere, in die Gleichgewichtslage zurücktreiben lasse.

Zunächst nun noch einige Beispiele von Schwingungen unter dem Einflufs der Schwerkraft. Hier sind zwei Kugeln in verschiedenen Punkten einer Schnur aufgehängt, die mit den Enden in zwei in gleicher Höhe gelegenen Punkten befestigt ist. Daneben kann in einer U-förmigen Röhre eine Quantität Wasser so in Bewegung gesetzt werden, dafs sie abwechselnd in dem einen und in dem andern Schenkel der Röhre am höchsten steht. Mit diesen Schwingungen können Sie diejenigen vergleichen, welche in einem teilweise mit Wasser gefüllten Gefäfs erregt werden können, und wobei die Flüssigkeit bald an der rechten und bald an der linken Seite des Gefäfses ihre gröfste Höhe hat.

In manchen Fällen ist die Federkraft oder Elasticität der Körper im Spiel. Unter diesem Namen fassen wir alle zwischen den Molekülen wirkenden Kräfte zusammen, die nach einer Formveränderung des Körpers, also nach einer Verschiebung der Teilchen gegeneinander, den Gleichgewichtszustand wieder herzustellen streben. Wer kennt nicht z. B. die Schwingungen eines Brettes, welches an zwei Stellen unterstützt ist und dazwischen nach oben und unten durchbiegen kann, oder eines elastischen Metallstreifens, wie dieser hier, der an dem einen Ende festgeklemmt ist? Oder Musikinstrumente wie dieses, bei denen Metall- oder Holzstäbe an zwei Stellen unterstützt sind und mit einem Hämmerchen angeschlagen werden. Die Schwingungen von Platten und Glocken haben damit eine ohne weiteres in die Augen fallende Ähnlichkeit.

Einfachere Bewegungszustände treffen wir bei gespannten Schnüren, z. B. bei den Saiten der Streichinstrumente an, und an diesen können wir zugleich beobachten, dafs ein und derselbe Körper je nach Umständen in verschiedener Weise schwingen kann, bald mit gröfserer, bald mit kleinerer Schwingungszeit. Die gespannte Saite kann zunächst in ihrer ganzen Länge hin und her gehen. Sie hat dann in der einen äufsersten Lage eine Gestalt wie die ausgezogene Linie $ADB$, die Sie oben in Fig. 16 erblicken. In ihrer anderen äufsersten Lage wird sie durch die punktierte Linie $AD'B$ vorgestellt. Die Punkte $C$, $D$, $E$ der Saite gehen auf den geraden Linien $CC'$, $DD'$, $EE'$ senkrecht zur Länge der Saite hin und her. Welches hier die zurücktreibende Kraft ist, ist leicht einzusehen. Fassen wir z. B. den mittleren Teil der Saite ins Auge, in derjenigen Lage, welche durch die

Fig. 16.



ausgezogene Linie angegeben wird, dann sehen wir sofort, dafs er durch die Spannung der rechts und links davon liegenden Teile nach unten gezogen wird. Die Resultierende dieser beiden Kräfte treibt den mittleren Teil nach seiner Gleichgewichtslage zurück.

Bei einer zweiten Bewegungsweise teilt sich die Saite in zwei Teile, von denen jeder für sich so schwingt wie im ersten Fall die ganze Saite, und zwar so, dafs gleichzeitig der eine Teil der Saite nach der einen, der andere nach der entgegengesetzten Seite ausweicht. Sie sehen diese Bewegungsweise in der zweiten Zeichnung dargestellt. Der mittlere Punkt der Saite bleibt in Ruhe, was leicht zu begreifen ist, wenn man bedenkt, dafs er durch die Spannungen der beiden Hälften der Saite mit gleicher Kraft nach entgegengesetzter Richtung gezogen wird. Einen solchen Punkt, der bei den Schwingungen des Körpers an seiner Stelle bleibt, nennt man einen Knoten, die Stellen $C$ und $E$, wo man die gröfste Bewegung findet, die Bäuche.

Die dritte Zeichnung stellt eine Bewegungsweise vor, bei der sich die Saite in drei Teile teilt. Es sind dann zwei Knoten $F$ und $G$ und drei Bäuche vorhanden. So können wir fortfahren und Figuren mit drei, vier, fünf u. s. w. Knoten zeichnen. In allen diesen Fällen hat die Saite die Gestalt einer Wellenlinie.

Wie verhält es sich nun mit der Schwingungszeit und mit der Anzahl der Schwingungen pro Sekunde? Es ist klar, dafs sich diese berechnen lassen mufs, wenn die Länge der Saite, die Masse und die Kraft, mit der sie gespannt ist, gegeben sind. Ich brauche Ihnen nicht mehr zu sagen, welchen Einfluſs die Masse hat, und Sie werden auch bereits einsehen, dafs die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde zunimmt, wenn man die Saite stärker spannt, weil dann die Teilchen mit gröfserer Kraft nach der Gleichgewichtslage getrieben werden. Ich kann nun noch hinzufügen, dafs bei Saiten, die aus demselben Stoff bestehen, gleiche Dicke haben und gleich stark gespannt sind, aber verschiedene Länge haben, die Anzahl der Schwingungen um so gröfser wird, je kleiner die Länge genommen wird. Hier besteht wieder ein sehr einfaches Gesetz. Die Anzahl der Schwingungen ist umgekehrt proportional der Länge und es kann hier gleich die Bemerkung hinzugefügt werden, dafs im allgemeinen eine Verkleinerung der Dimensionen eines schwingenden Körpers zu einer Vergröfserung der Anzahl der Schwingungen pro Sekunde führt.

Sie sehen also, dafs wir verschiedene Mittel haben, um die Anzahl der Schwingungen in der Sekunde zu verändern, und von dieser Anzahl hängt es ab, ob die Saite einen Schall hervorbringt. Ein langes, wenig gespanntes Seil können wir wohl schwingen sehen, aber unser Ohr wird davon noch nichts wahrnehmen. Erst wenn die Anzahl der Schwingungen in der Sekunde mehr als 15 geworden ist, fangen die Schwingungen, durch die Luft in unser Ohr übergeführt, an, die

Empfindung eines Schalles zu erregen, und dies bleibt so, bis die Anzahl auf etwa 36 000 pro Sekunde gestiegen ist. Darüber hinaus hört die Empfindlichkeit unseres Ohres wieder auf. Zwischen den genannten Grenzen liegen also die Schwingungszahlen eines jeden Schalles, den wir wahrnehmen. Besteht die Bewegung in einer ungestörten Aufeinanderfolge regelmäfsiger Schwingungen von anhaltend gleicher Schwingungszeit, so beobachtet man einen musikalischen Ton. Derselbe ist um so höher, je grösser die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde ist.

Jede Saite giebt nun einen bestimmten Ton, den Grundton, wenn sie in ihrer ganzen Länge mit einem Bauch in der Mitte schwingt. Wir regulieren die Höhe dieses Tones, d. h. wir stimmen die Saite dadurch, dafs wir die Spannung ändern. Aber dieselbe Saite kann nun auch in zwei Teilen schwingen. Dann ist es, da jede Hälfte für sich schwingt, als ob wir eine in ihrer ganzen Länge schwingende Saite von der halben Länge hätten. Die Anzahl der Schwingungen mufs also die doppelte von derjenigen des Grundtones sein. Dies ist der sogenannte erste Oberton der Saite. Einen zweiten, dritten, vierten Oberton u. s. w. bekommen wir, wenn wir die Saite in drei, vier, fünf Teilen u. s. w. schwingen lassen. Die Schwingungszahlen dieser Töne sind der Reihe nach das Dreifache, Vierfache, Fünffache von der Schwingungszahl des Grundtons. In musikalischer Bezeichnung heifst der erste Oberton die Oktav des Grundtons, der zweite die Quint der Oktav, der dritte die Oktav der Oktav u. s. w.

Diese verschiedenen Töne kann ich Sie nacheinander hören lassen, indem ich die Saite zupfe, einmal, während sie vollkommen frei ist und dann, während richtig gewählte Punkte festgehalten werden.

Bei der Frage nach der Höhe der hervorgebrachten Töne kommt nun noch eine sehr merkwürdige Regel zur Geltung. Das einfache Pendel, welches uns schon so oft gedient hat, kann einmal über einen grofsen, ein andermal über einen kleinen Bogen hin und her schwingen und braucht dabei, wenn die Schwingungen nicht gar zu grofs werden, doch stets dieselbe Zeit für einen vollen Hin- und Hergang. Sie sehen es an diesen beiden gleich langen Pendeln, die gleichen Schritt miteinander halten, obgleich ich das eine ungefähr doppelt so weit aus der Gleichgewichtslage entfernt habe, als das andere. Dieses Gesetz des Isochronismus („Gleichzeitigkeit") von grofsen und kleinen Schwingungen würden wir aus unseren Grundgesetzen der Mechanik ableiten können, aber ich will mich auf eine kurze Erläuterung beschränken. Wenn das Pendel aus seiner Gleichgewichtslage gebracht ist, können Sie die Schwerkraft, welche auf die Kugel wirkt, in zwei Komponenten zerlegen, von denen die eine in die Verlängerung des Fadens fällt, die andere senkrecht darauf steht, also in die Richtung des Kreisbogens fällt, der durchlaufen werden mufs. Man sieht nun in einer Zeichnung, dafs diese letztere Komponente — und diese ist

eigentlich die zurücktreibende Kraft — um so gröfser ausfällt, je gröfser der Winkel ist, den das Pendel mit der vertikalen Linie bildet. Hebe ich zwei gleiche Pendel auf ungleiche Höhe, dann wird allerdings die Kugel des einen einen gröfseren Weg zu durchlaufen haben, um die Gleichgewichtslage zu erreichen, aber wegen der gröfseren Kraft bekommt sie auch eine gröfsere Geschwindigkeit. Das eine wiegt das andere auf, und daher ist die Schwingungszeit bei beiden Pendeln dieselbe.

Im allgemeinen nimmt die zurücktreibende Kraft mit dem Grade der Ausweichung aus der Gleichgewichtslage zu. Die Elasticität eines Körpers z. B. wird um so mehr erregt, je mehr die Teilchen gegeneinander verschoben werden, und so ist es auch in anderen Fällen. Diese Zunahme der zurücktreibenden Kraft beträgt nun bei allen bis jetzt genannten Körpern und bei tonerzeugenden Körpern überhaupt so viel, dafs, wenn die Bewegung nicht zu heftig wird, grofse und kleine Schwingungen in derselben Zeit ausgeführt werden. Der Ton bleibt daher gleich hoch, einerlei, ob die Teilchen über eine grofse oder eine kleine Strecke hin und her schwingen, oder, wie man sagt, ob die Amplitude und folglich die Stärke des hervorgebrachten Tones grofs oder klein ist. Wir können ohne Übertreibung sagen, dafs dies eine notwendige Bedingung für unsere Musik ist. Bestände diese Eigentümlichkeit nicht, so würde man auf einem Piano oder auf einer Orgel jeden Ton nur in einer bestimmten Stärke hervorbringen können, und wenn man einen Ton langsam ausklingen liefse, so würde sich dabei seine Höhe etwas ändern.

Ich müfste Ihnen nun noch zeigen, dafs die Saite, auf der ich soeben verschiedene Obertöne erzeugt habe, wirklich die durch unsere Figuren veranschaulichten Bewegungen gemacht hat. Ich könnte z. B. kleine Stückchen Papier auf die Saite setzen und sie dann schwingen lassen. Die Papierchen würden herabfallen, ausgenommen diejenigen, welche auf einem Knoten sitzen. Da dies jedoch aus der Entfernung schwer zu sehen ist, will ich lieber einen langen, wenig gespannten Faden in derselben Weise schwingen lassen. Bei einem Seil kann man die Schwingungen dadurch erzeugen, dafs man das eine Ende mit der Hand hin und her bewegt. Statt der Hand nehme ich jetzt diese Stimmgabel. An dem einen Zinken befestige ich den Faden, der mit seinem anderen Ende über eine Rolle läuft und durch ein Gewicht gespannt wird. Streiche ich die Stimmgabel an, so kommen die Bäuche und Knoten in dem Faden deutlich zum Vorschein.

Die Stimmgabel selbst, welche wir hier benutzten, hat sich so bewegt, dafs die beiden Zinken zugleich nach innen und dann wieder zugleich nach aufsen gingen. Die Krümmung des mittleren Teiles des U-förmigen Stahlstabes wird dabei abwechselnd vergröfsert und verkleinert, und die zurücktreibende Kraft rührt hauptsächlich von der Elasticität dieses mittleren Teiles her.

Die Schwingungen der Stimmgabel kann man durch die sogenannte graphische Methode sichtbar machen, die bei der Untersuchung von Bewegungserscheinungen vielfach zu Hilfe gerufen wird. Um diesen Cylinder, der mit der Achse horizontal aufgestellt ist, ist ein Blatt Papier geschlagen, welches vermittelst einer qualmenden Flamme mit Rufs überzogen worden ist. Der Cylinder kann um seine Achse gedreht werden. Ich befestige an dem einen Zinken der Stimmgabel einen feinen Stift, z. B. ein Borstenhaar, und stelle nun die Stimmgabel dem Cylinder so gegenüber, dafs die Spitze des Stiftes die geschwärzte Oberfläche gerade berührt und, wenn ich die Stimmgabel anschlage, in horizontaler Richtung den Cylinder entlang hin und her schwingt. Wenn ich nun den Cylinder drehe, während der Stift stillsteht, so zeichnet dieser auf das geschwärzte Papier, indem er den Rufs wegnimmt, eine Linie, die als Kreis um den Cylinder herumläuft. Wenn aber der Stift unterdessen schwingt, so entfernt er sich abwechselnd nach der einen und der andern Seite dieser Linie, und wir bekommen eine Wellenlinie zu sehen. Sie können sie sogleich in der Nähe betrachten. Ich kann Ihnen vorher eine derartige Linie projizieren, die ich bekomme, indem ich eine Stimmgabel, während sie schwingt, über eine berufste Glasplatte bewege. Es geschieht dabei etwas ähnliches, als wenn ein Wanderer im Gehen mit seinem Stock in den Sand zeichnet und dabei den Stock nach rechts und links hin und her schwingt.

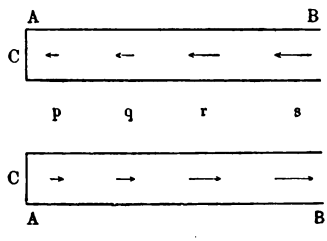
An der Linie, die die schwingende Stimmgabel auf dem rotierenden Cylinder beschreibt, können wir verschiedene Einzelheiten der Bewegung studieren. Zählen wir die Wellen, so finden wir, wieviel Schwingungen während einer Umdrehung des Cylinders gemacht worden sind. Daraus können wir, wenn die Geschwindigkeit der Bewegung des Cylinders bekannt ist, die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde ableiten. Die Gröfse der Wellen lehrt uns, wie grofs die Amplitude gewesen ist. Ich habe hier z. B. eine Linie, an der Sie sehen können, dafs der Schreibstift (der diesmal nicht durch eine Stimmgabel, sondern durch einen anderen tönenden Körper in Bewegung gesetzt wurde) abwechselnd stärkere und schwächere Schwingungen gemacht hat. Auch kleine Einzelheiten in der Schwingungsweise kann man an der Linie beobachten. Wenn z. B. der Schreibstift während der einen Hälfte der Schwingungszeit nicht ununterbrochen aus der einen äufsersten Lage in die andere übergegangen, sondern wenn er unterwegs für einen Augenblick zurückgekehrt wäre, um dann erst seine Bewegung fortzusetzen, so würde man dies an der Form der Wellenlinie in einer Weise bemerken, die Sie sich leicht werden vorstellen können.

Die graphische Methode leistet auch bei anderen Bewegungen gute Dienste. Die Physiologen registrieren die Atembewegungen und den Pulsschlag, indem sie diese Bewegungen durch das eine oder andere Hilfsmittel auf einen Schreibstift übertragen, der mit einem

rotierenden Cylinder in Berührung ist. Auch sehr langsame Bewegungen kann man auf diese Weise aufzeichnen, nur mufs dann auch der Cylinder durch ein Uhrwerk langsam gedreht werden. Auf zahlreichen meteorologischen Stationen erhält man in dieser Weise Kurven, die z. B. die Änderung des Barometerstandes von Augenblick zu Augenblick wiedergeben.

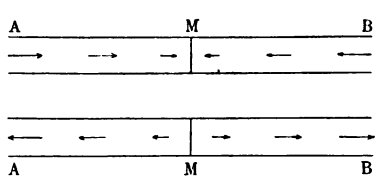
Jetzt, da ich über die Bewegung der Stimmgabel gesprochen habe, will ich Ihnen auch mitteilen, wie die Luft in dem Resonanzkasten schwingt, auf dem die Stimmgabel befestigt ist. Dieser ist ein viereckiger Kasten, der an dem einen Ende offen ist, und der Bewegungszustand, der darin entsteht, ist einfach so, dafs die Luft in der Richtung der Länge des Kastens abwechselnd nach innen und aufsen geht. Zur Erläuterung kann Fig. 17 dienen. Die Pfeile stellen die Geschwindigkeiten der Luftteilchen vor und zeigen, wie diese zuerst die Richtung haben, die in der oberen Figur angegeben ist, und sich dann nach einer halben Schwingungszeit alle in der entgegengesetzten Richtung bewegen. Es ist auch angedeutet, dafs die Geschwindigkeit der Luft bei $s$ am gröfsten ist und dann nach $p$ hin allmählich abnimmt. Wie die Bewegung der schwingenden Stimmgabel auf die Luft übertragen wird, wollen wir unerörtert lassen. Ich will nur andeuten, was bei der Luftsäule die zurücktreibende Kraft ist. Sie rührt daher, dafs die Luft, wenn sie verdichtet ist, einen gröfseren, und wenn sie verdünnt ist, einen kleineren Druck ausübt, als ursprünglich.

Fig. 17.




Wenn nämlich in der einen oder anderen Weise die Luftteilchen in der Richtung nach innen aus ihrer Gleichgewichtslage verschoben werden, wird die Luft am geschlossenen Ende der Schallröhre zusammengedrückt. Der gröfsere Druck, welcher dadurch entsteht, wird die Teilchen nach ihrer Gleichgewichtslage zurücktreiben. Dagegen hat eine nach aufsen gerichtete Bewegung notwendigerweise eine Verdünnung der Luft am geschlossenen Ende zur Folge. Der Druck wird hier kleiner, und es ist nun der gröfsere Druck der Aufsenluft, der die Teilchen zurücktreibt.

Fig. 18.




Auch in einer an beiden Seiten offenen Röhre kann die Luft in der Richtung der Länge schwingen. Dies kann z. B. in der durch Fig. 18 angegebenen Weise geschehen. In der Mitte $M$ ist ein Knoten, und die Luft bewegt sich, wie es durch die Pfeile angedeutet ist, ab-

wechselnd auf beiden Seiten nach dem Knoten hin und auf beiden Seiten von demselben hinweg. Dafs am Knoten selbst im ersten Falle eine Verdichtung und im zweiten Falle eine Verdünnung entsteht, und dafs auch jetzt wieder die Druckunterschiede die zurücktreibende Kraft liefern, brauche ich nicht weiter zu erklären. Auch will ich mich nicht bei verwickelteren Schwingungsweisen aufhalten, die bei Luftsäulen möglich sind. Ich will nur darauf hinweisen, dafs wir es bei den Orgelpfeifen und bei allen Blasinstrumenten mit schwingenden Luftsäulen zu thun haben. Wenn man weifs, wie sich der Druck der Luft durch Verdichtung oder Verdünnung ändert, kann man in allen diesen Fällen die Geschwindigkeit der Schwingung berechnen, und zwar beginnt die Rechnung immer mit einer Gleichung, welche angiebt, wie sich die Geschwindigkeit einer Luftmenge von gegebener Masse infolge eines bestimmten Druckunterschiedes ändert.

Gestatten Sie mir jetzt, nachdem ich Ihnen diese Beispiele von schwingenden Bewegungen gegeben habe, etwas näher auf die Fortpflanzung von Schwingungen und von Gleichgewichtsstörungen überhaupt einzugehen. Die Fortpflanzung kann in festen, flüssigen und gasförmigen Körpern stattfinden, und sie besteht immer darin, dafs, wenn im Anfang ein gewisser begrenzter Teil aus seiner Gleichgewichtslage gebracht ist, das Zurückgehen in diese Lage von einem Ausweichen der benachbarten Teile nach derselben Seite hin begleitet ist, nach welcher der erste Teil verschoben worden war. Die neuen Teile übertragen dann in derselben Weise ihre Verschiebung auf die nächstfolgenden Teile und so erreicht die Störung des Gleichgewichts nach und nach Stellen, die immer weiter vom Ausgangspunkte entfernt sind. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit messen wir durch die Strecke, um die die Störung in einer Sekunde weiterkommt. Sie hängt von der Gröfse der Kräfte ab, die die verschobenen Teilchen nach ihrer Gleichgewichtslage zurücktreiben, und von der Gröfse der in Bewegung zu bringenden Masse. Je gröfser die Kräfte sind, desto schneller wird sich die Rückkehr in die Gleichgewichtslage vollziehen und in desto kürzerer Zeit werden sich dieselben Erscheinungen abspielen.

Den entgegengesetzten Einfluſs wird auch jetzt wieder die Gröfse der Masse haben.

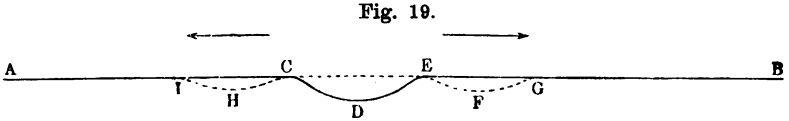
In derselben Weise wie eine einzelne Störung des Gleichgewichtes kann sich auch eine Anzahl von Störungen, die nacheinander hervorgebracht werden, fortpflanzen. Sie laufen dann auf jeder Linie, auf der die Störung fortschreitet, hintereinander her. Wir bewegen z. B. einen Teil eines Körpers durch eine äufsere Kraft hin und her. Dann bekommt auch jeder benachbarte Teil eine derartige hin und her gehende Bewegung, da er der Reihe nach von den Verschiebungen in entgegengesetzter Richtung, die wir erzeugen, getroffen wird.

Einfache und Ihnen zum Teil wohlbekannte Beispiele können dies

alles erläutern. Bei den gewöhnlichen Wellen, die wir auf der Oberfläche des Wassers fortschreiten sehen, ist die zurücktreibende Kraft die Schwerkraft. Wenn ich in der einen oder anderen Weise einen Teil des Wassers in die Höhe hebe, während die Oberfläche der Flüssigkeit sonst horizontal bleibt, und dann das gehobene Wasser loslasse, so wird es durch die Schwerkraft nach unten getrieben, aber, da das Wasser doch irgendwo bleiben mufs, hat dies eine Erhebung des benachbarten Wassers zur Folge, so dafs ein kleiner ringförmiger Wellenberg entsteht. Während dieser nun wieder verschwindet, wird die etwas weiter gelegene Flüssigkeit in die Höhe gehoben. Indem dies so fortgeht, sehen wir den Wellenberg einen immer gröfseren Kreis beschreiben. Ebenso giebt eine anfängliche Niederdrückung eines Teiles des Wasserspiegels zu einem ringförmigen Wellenthal Veranlassung, welches nach allen Richtungen hin fortschreitet. Und wenn ich an einer Stelle der Oberfläche das Wasser abwechselnd nach oben und nach unten in Bewegung bringe, erzeuge ich eine Aufeinanderfolge von Wellenbergen und Wellenthälern, wie wir sie auf der Oberfläche von stillstehendem Wasser beobachten, wenn wir einen Stein hineinwerfen. Treibt irgendwo auf dem Wasser ein Stückchen Holz, so bewegt es sich aufwärts und abwärts, indem die Wellenberge und Wellenthäler gleichsam unter demselben hingleiten. So tritt es deutlich hervor, dafs die Bewegung der Wellen von der Bewegung der Wasserteilchen selbst wohl zu unterscheiden ist.

Eine etwas einfachere Erscheinung als der Wasserspiegel bietet uns ein gespanntes Seil. Stellen Sie sich vor, ich gäbe einem solchen im Punkt $D$ (Fig. 19) einen nach unten gerichteten Schlag, so dafs die durch $CDE$ vorgestellte Bucht entsteht. Die Teilchen bei $D$ werden dann durch die Spannung der rechts und links davon liegenden Teile nach oben gezogen, ziehen aber zugleich selbst diese Teile nach unten. Einen Augenblick später ist die erste Ausweichung verschwunden, aber dafür sind die beiden Buchten $IHC$ und $EFG$ ent-

Fig. 19.




standen. Diese pflanzen sich nun immer weiter nach links und rechts fort. Sehr bemerkenswert ist es dabei, dafs die Teilchen bei $D$ gerade bis in die Gleichgewichtslage zurückkehren, ohne diese zu überschreiten. Es ist dies eine Folge davon, dafs sie nicht fortwährend, wie die Punkte einer schwingenden Saite, nach ihrer Gleichgewichtslage hingezogen werden. Sobald sie sich dieser Lage etwas genähert haben, sind nämlich die benachbarten Teile des Seiles (bei $C$ und $E$) bereits weiter nach unten gekommen als der nach oben zurückkehrende Teil $D$, und wirken durch ihre Spannung der weiteren Bewegung

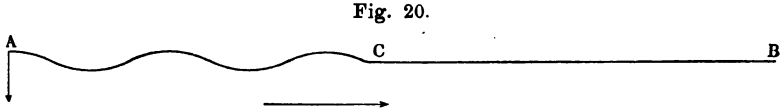
dieses Teiles entgegen. So wird die Bewegung nach der Gleichgewichtslage, die mit wachsender Geschwindigkeit anfängt, alsbald verzögert, und ist die Geschwindigkeit gerade in dem Augenblicke erschöpft, in dem die gerade Linie $CE$ wieder erreicht wird.

Auch die weiter nach rechts oder links liegenden Teile des Seils werden, nachdem sie für einen Augenblick eine Ausweichung bekommen haben, unmittelbar darauf wieder gerade werden und bleiben. Merkwürdig ist es auch, dafs von den Wellen $IHC$ und $EFG$ die eine sich nur nach links und die andere nur nach rechts fortpflanzt und dafs sie nicht wieder in jedem Augenblick zu einer zurücklaufenden Störung des Gleichgewichtes Veranlassung geben. Ich kann dies alles hier nicht genau erklären, wie es übrigens die Grundgesetze der Mechanik ermöglichen, aber ich mufste Sie doch darauf hinweisen, weil Sie nur dadurch eine richtige Vorstellung davon bekommen, wie die Sache vor sich geht. Derselbe vereinfachende Umstand, dafs die Störung des Gleichgewichtes über einen Körper hinläuft, ohne eine Spur zu hinterlassen, besteht nun allerdings nicht immer, aber doch in den meisten Fällen, die wir hier besprechen werden.

Anstatt das Seil in der Mitte in Bewegung zu setzen, kann ich dies auch an dem einen Ende thun. Ich habe das eine Ende dieses Gummischlauches an einem Haken befestigt, und ich spanne den Schlauch, indem ich am anderen Ende mit der Hand ziehe. Wenn ich nun in der Nähe der Hand einen Schlag ausübe oder die Hand etwas seitwärts bewege, so entsteht eine Bucht, die über den Schlauch hinläuft. Ich glaube, dafs die Erscheinung für Sie alle gleichzeitig gut sichtbar ist. Übrigens kann jeder von Ihnen selbst leicht den Versuch mit einem Seil ausführen. Sie können dann beobachten, dafs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Spannung des Seiles zunimmt, wie es die Theorie verlangt, und dafs die Störung des Gleichgewichtes, am befestigten Ende angekommen, zurückgeworfen wird. Wenn man die reflektierte Welle vielleicht auch nicht gut sieht, so kann man doch fühlen, dafs sie die Hand wieder erreicht, und selbst dafs sie dies, über das Seil hin und her laufend, wiederholt thut.

Nun die Fortpflanzung von Schwingungen das Seil entlang. Um diese zu erregen, bewege ich die Hand regelmäfsig hin und her. Ich rufe dann eine Erscheinung hervor, die grofse Ähnlichkeit mit Wellen-

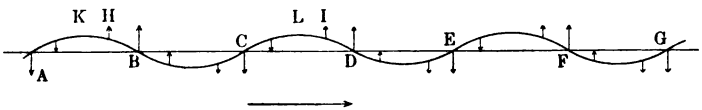
Fig. 20.




bergen und Wellenthälern auf dem Wasserspiegel hat. In Fig. 20 ist angenommen, dafs ich erst wenige Wellen von $A$ bis $C$ erzeugt habe. Fahre ich mit der Bewegung fort, so wird sich die Wellenlinie immer weiter nach rechts erstrecken. Bald wird nun das feste Ende erreicht, und dann wird die Erscheinung durch die Begegnung der nach rechts

laufenden und der reflektierten und nach links zurücklaufenden Wellen verwickelter. Dieser Verwickelung entgehen wir aber dadurch, dafs wir uns einfach das Seil nach der rechten Seite hin als unendlich vorstellen. Dann erhalten wir eine Wellenlinie von unbestimmter Länge wie die, von der ein Stück in Fig. 21 abgebildet ist. Die kleinen Pfeile in der Figur stellen die Geschwindigkeiten vor. Dafs sie richtig

Fig. 21.




gezeichnet ist, davon werden Sie sich leicht überzeugen. Bei der Fortpflanzung nach rechts erhält man nämlich die Gestalt des Seiles für einen Augenblick später, indem man sich die Wellenlinie ein Stückchen nach dieser Seite hin verschoben denkt. Der Punkt *H*, in den dann der Gipfel kommen wird, der jetzt in *K* ist, mufs also wirklich, wie es der Pfeil andeutet, nach oben gehen.

Wir wollen uns nun das unendlich lange Seil durch einen ebenfalls unendlichen Stab aus einem elastischen Stoff, z. B. Holz, Glas oder Metall, ersetzt denken. Wir führen mit dem Hammer einen kurzen Schlag gegen die Endfläche aus. Die erste Folge ist eine Zusammendrückung, eine Verdichtung des unmittelbar an der Endfläche liegenden Teiles des Stabes. Indem sich dieser Teil ausdehnt, bringt er den nächstfolgenden Teil in Bewegung und drückt diesen zusammen. So läuft eine Verdichtung durch den Stab hindurch, und dasselbe kann eine Verminderung der Dichtigkeit thun, die dadurch hervorgebracht wird, dafs das freie Ende des Stabes plötzlich nach aufsen gezogen wird. Ebenso können sich regelmäfsige Schwingungen fortpflanzen, und zwar nicht nur solche, bei denen die Teilchen in der Richtung der Länge hin und her gehen, sondern auch Schwingungen, deren Richtung auf der Länge senkrecht steht.

Von dem Stab können wir nun zu einem festen Körper übergehen, der sich nach allen Richtungen hin erstreckt. Werden die Teilchen irgendwo in Bewegung gesetzt, dann wird sich die Störung des Gleichgewichtes, natürlich immer schwächer und schwächer werdend, nach allen Richtungen hin ausbreiten.

Diese Fortpflanzung in festen Körpern können wir häufig beobachten. Wir hören das Ticken einer Taschenuhr, die wir an das eine Ende eines Stabes halten, während wir das Ohr gegen das andere Ende legen, und in Gedanken verfolgen wir jeden Tick auf seinem Wege durch den Stab hindurch. Ein Klopfen oder Stofsen gegen die Mauer eines Gebäudes pflanzt sich nach allen Seiten durch das Mauerwerk fort, und ein Erdstofs durchläuft einen grofsen Teil der Erde. Mit den empfindlichen Instrumenten, die man zur Beobachtung solcher

Stösse benutzt und die Schwingungen des Bodens anzeigen, die viel zu schwach sind, als dafs wir sie fühlen könnten, bemerkt man in England oder Italien eine Erschütterung, die durch ein Erdbeben in Japan hervorgebracht wurde, und ermittelt die Geschwindigkeit, vielleicht einige Kilometer in der Sekunde, mit der sie den langen Weg zurückgelegt hat.

Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei festen Körpern so grofs sein kann, bekommt man bei Körpern von geringen Dimensionen leicht den Eindruck, dafs sich eine Verschiebung, die man einem Punkte erteilt, augenblicklich durch den ganzen Körper verbreitet. Wenn ich z. B. gegen die Mitte einer Glasscheibe drücke, biege ich sie in ihrer ganzen Ausdehnung durch, und ich werde nicht leicht etwas davon bemerken, dafs eine gewisse Zeit dazu notwendig gewesen ist, um die Verschiebung auch auf die am Rande gelegenen Punkte zu übertragen. Fliegt aber eine Gewehrkugel gegen die Scheibe, so dafs nur während einer äufserst kurzen Zeit eine Kraft auf das Glas wirkt, dann kann dieses in einigem Abstand von dem getroffenen Punkt nicht brechen, weil an dieser Stelle in der kurzen Zeit, die die Kugel braucht, um durch die Scheibe zu dringen, noch nichts verändert ist. Daher das scharf begrenzte runde Loch, welches die Kugel macht.

Ich könnte Ihnen noch über andere Fälle etwas mitteilen, z. B. über die Fortpflanzung der sogenannten Pulswelle in den Arterien, aber es wird Zeit, dafs wir die Fortpflanzung in gasförmigen Körpern, den gewöhnlichen Vermittlern des Schalles, betrachten. Viel brauche ich darüber allerdings nicht mehr zu sagen. Wenn eine Luftsäule in eine lange Röhre eingeschlossen ist, dann können in derselben ebenso wie in dem elastischen Stabe, von dem soeben die Rede war, Verdichtungen und Verdünnungen fortlaufen. Richten Sie jedoch jetzt Ihre Aufmerksamkeit auf die Schwingungen, die z. B. von einer Stimmgabel ausgehen. Geht einer der Zinken nach aufsen, so entsteht in unmittelbarer Nähe desselben in der Luft eine Verdichtung, und diese pflanzt sich nach allen Richtungen hin auf geradlinigen Bahnen fort. Sie erreicht daher nach einiger Zeit eine gewisse gekrümmte Oberfläche, die immer gröfsere und gröfsere Dimensionen annimmt. Auf die Verdichtung folgt eine Verdünnung, wenn der Zinken der Stimmgabel nach innen geht, dann wieder eine Verdichtung u. s. w. Wenn wir die Luft sehen könnten, dann würden wir verdichtete und verdünnte Schichten abwechseln sehen, und zwar in gleichen Abständen, Schichten, die den Wellenbergen und Wellenthälern auf der Oberfläche des Wassers entsprechen. Dasselbe würden wir auch um andere tönende Körper herum wahrnehmen.

Während sich nun die Verdichtungen und Verdünnungen fortpflanzen, bekommen auch alle Luftteilchen eine hin und her gehende Bewegung. Jedes Teilchen, wie weit es auch von der Schallquelle entfernt sein mag, einerlei ob es die Schwingungen direkt empfängt

oder vielleicht erst, nachdem diese einen gröfseren oder kleineren Umweg gemacht haben, schwingt genau mit derselben Periode wie die Schallquelle selbst. Und auch wenn die Schwingungen durch den einen oder anderen leicht beweglichen Gegenstand aufgefangen werden und dieser sich unter ihrem Einflufs in Bewegung setzt, bleibt die Periode, die das Kennzeichen der Tonhöhe ist, unverändert.

Wir stellten uns vorhin vor, wir ständen in der Nähe einer in Wellenbewegung begriffenen Wasserfläche, und achteten auf einen auf dem Wasser schwimmenden Gegenstand. Wie mit dem Auge auf diese sichtbare Bewegung, achten wir mit dem Trommelfell, welches den äufseren Gehörgang von den tiefer liegenden Teilen des Hörorgans trennt, auf die abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen der Luft, die an uns vorüberstreichen. Jedesmal, wenn eine Verdichtung vorübergeht, wird das Trommelfell nach innen gedrückt und während der folgenden Verdünnung geht es wieder nach aufsen, so dafs es gerade so viel Schwingungen macht, als Verdichtungen, Wellenberge möchte ich fast sagen, an uns vorübergehen. Hiervon ausgehend wollen wir eine kleine Berechnung ausführen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft ist für alle Töne gleich grofs, und zwar bei einer Temperatur von 15° C. 34 000 cm pro Sekunde. Denken Sie sich nun eine von dem tönenden Körper ausgehende gerade Linie, denken Sie sich die aufeinander folgenden verdichteten Schichten, die alle von dieser Linie durchschnitten werden, und achten Sie darauf, wieviel von diesen Verdichtungen in der Sekunde durch einen festen Punkt der Linie hindurchgehen. Das werden offenbar die Verdichtungen sein, die auf einem Stück der Linie von 34 000 cm Länge liegen. Wie grofs ihre Anzahl ist, hängt davon ab, wie weit sie voneinander entfernt sind. Beträgt der Abstand zweier aufeinander folgenden Verdichtungen 75 cm, dann finden wir für diese Anzahl

$$\frac{34\,000\text{ cm}}{75\text{ cm}} = 453.$$

So oft wird also das Trommelfell hin und her gehen, so grofs ist die Anzahl seiner Schwingungen und also auch nach dem Gesagten die Anzahl der Schwingungen der Schallquelle pro Sekunde.

Den Abstand einer verdichteten Schicht von der folgenden, die in unserem Beispiel 75 cm war, nennen wir die Wellenlänge. Man erhält also die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde, indem man den von der Gleichgewichtsstörung in der Sekunde durchlaufenen Weg durch die Wellenlänge dividiert. Ist also die Anzahl der Schwingungen in der Sekunde $N$, die Wellenlänge $l$ cm und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v$ cm pro Sekunde, so ist

$$N = \frac{v}{l}.$$

Diese Formel gilt nicht nur für die Schallschwingungen, sondern für jede Fortpflanzung von Schwingungen ohne Unterschied, wenn man unter der Wellenlänge $l$ die Strecke versteht, um die man in der Fortpflanzungsrichtung weiter gehen mufs, um wieder denselben Bewegungszustand zu finden. Auf dem Wasserspiegel ist $l$ der Abstand der Gipfel zweier aufeinander folgenden Wellenberge, und bei dem Seil von Fig. 21 hat man darunter den Abstand von $K$ nach $L$ oder auch den Abstand $AC$ oder $BD$ zu verstehen.

Man kann die Betrachtung, durch die wir diese Beziehung gefunden haben, in jedem einzelnen Fall in derselben oder in ähnlicher Weise wiederholen. Auch kann man sie noch etwas anders einkleiden. Wenn eine Stimmgabel schwingt, so achten wir z. B. darauf, dafs die Dauer eines vollen Hin- und Herganges $\frac{1}{N}$ Sekunde beträgt, dafs also $\frac{1}{N}$ Sekunde, nachdem die erste Verdichtung durch einen der Zinken hervorgebracht worden ist, die zweite Verdichtung hervorgebracht wird. In dem Augenblicke, in dem die zweite Verdichtung entsteht und also noch ganz nahe bei der Stimmgabel liegt, hat die erste bereits einen gewissen Weg zurückgelegt, und zwar mufs dieser Weg, da er in dem $N$ten Teil einer Sekunde zurückgelegt worden ist, erhalten werden, wenn man den in einer Sekunde zurückgelegten Weg durch $N$ dividiert. So finden wir für den Abstand der beiden verdichteten Schichten, also für die Wellenlänge

$$l = \frac{v}{N},$$

was offenbar auf dasselbe hinauskommt wie die soeben niedergeschriebene Gleichung.

Wir machen nun von der Formel in ihrer letzten Form Gebrauch, um bei gegebener Schwingungszahl die Wellenlänge zu berechnen. Die Schwingungszahlen dieser beiden Stimmgabeln sind 256 und 512 pro Sekunde. Hieraus folgt, dafs die Wellenlänge in Luft für den ersten Ton

$$\frac{34\,000\,\text{cm}}{256} = 133\,\text{cm},$$

für den zweiten Ton

$$\frac{34\,000\,\text{cm}}{512} = 66{,}5\,\text{cm},$$

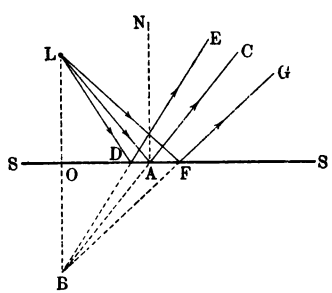
also halb so grofs als für den ersten Ton ist.

Die Wellenlängen in Luft für die verschiedenen Töne eines Pianos liegen zwischen ungefähr 1100 und 10 cm, und an der oberen Grenze der hörbaren Töne mit 36 000 Schwingungen in der Sekunde ist die Wellenlänge noch kein Centimeter. Könnten wir die Luft sehen, so würde sie uns ein Schauspiel liefern, das bald an grofse Wellen auf

dem Wasser mit weit auseinander liegenden Bergen, bald an kleine Kräuselwellen des Wasserspiegels erinnern würde. Und noch etwas anderes würde uns als sehr merkwürdig auffallen. Sie wissen, wie die Wellenringe, die zwei in das Wasser geworfene Steine erzeugen, einander durchkreuzen, ohne sich in ihrer Fortpflanzung zu stören. Die Wellenberge des einen Systems laufen über die Berge und Thäler des andern hin, und die Thäler des einen sind in die Thäler und Berge des andern eingeschnitten. So würden wir auch in der Luft die verdichteten und die verdünnten Schichten sich durchkreuzen sehen. Sie können sich zuerst die Verdünnungen und Verdichtungen vorstellen, die die eine Schallquelle bewirkt, und dann, dafs die andere überall in der bereits in ihrer Dichtigkeit veränderten Luft noch einmal dieselbe Zu- oder Abnahme der Dichtigkeit erzeugt, die sie erzeugen würde, wenn die erste Schallquelle nicht da wäre. So kann die Luft alle Töne eines Orchesters, die Stimmen von gleichzeitig sprechenden Personen und welchen Schall Sie auch wollen, alles bis in die feinsten Einzelheiten der Schwingungen fortpflanzen, und Sie können versichert sein, soviel Schall auch bereits vorhanden ist, dafs das leiseste Aneinanderstofsen zweier Gegenstände sein System von Wellen in der Luft erregt, wenn es sich auch unserer Wahrnehmung entzieht.

Mit der Betrachtung der Schwingungen des Lichtes werden wir uns die nächste Woche beschäftigen, doch will ich Sie bereits heute mit einigen einfachen Thatsachen und Gesetzen bekannt machen oder sofern dies nicht mehr nötig ist, Sie daran erinnern. Zunächst wissen Sie, dafs ein Lichtstrahl in gerader Linie fortschreitet, so lange er sich in einem Stoff bewegt, der überall dieselben Eigenschaften hat. Ein anderer Punkt, den ich nur zu berühren brauche, ist das Gesetz, nach welchem die Lichtstrahlen zurückgeworfen werden. Wenn (Fig. 22) $SS$ ein auf der Ebene der Zeichnung senkrecht stehender ebener Spiegel ist und dieser von einem Lichtstrahl $LA$ getroffen wird, so wird dieser in einer Richtung $AC$ zurückgeworfen, die mit der Senkrechten $AN$ auf dem Spiegel, dem sogenannten Einfallslot, einen Winkel $NAC$, den Reflexionswinkel, bildet, der ebenso grofs ist wie der Einfallswinkel, d. h. der Winkel $LAN$ zwischen dem einfallenden Strahl und dem Einfallslot.

Fig. 22.

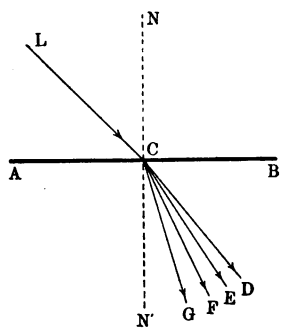



In der Figur sind eine Anzahl Lichtstrahlen $LD$, $LA$, $LF$ gezeichnet, die alle von einem Punkt $L$ kommen und auf den Spiegel fallen. Sie werden nach dem soeben genannten Gesetz zurückgeworfen und laufen dann in den Richtungen $DE$, $AC$ und $FG$. Sie sehen,

wie diese Linien, wenn sie hinter dem Spiegel verlängert werden, alle durch denselben Punkt $B$ gehen, den man erhält, wenn man von $L$ eine Senkrechte $LO$ auf den Spiegel fällt und auf der Verlängerung derselben ein Stück $OB$ abschneidet, welches so lang wie $LO$ ist. Ein Beobachter, der die zurückgeworfenen Strahlen ins Auge bekommt, hat dann den Eindruck, als ob sie vom Punkt $B$ herkämen. Er wird ein Bild $B$ des Lichtpunktes hinter dem Spiegel zu sehen glauben.

Die Brechung des Lichtes, die Richtungsveränderung der Strahlen beim Übergang aus dem einen durchsichtigen Stoff in den anderen, befolgt ebenfalls ein einfaches Gesetz. Zunächst wollen wir bemerken, dafs dabei in der Regel ein Lichtstrahl in eine Anzahl von Strahlen gespalten wird, die im Auge den Eindruck von verschiedenen Farben hervorbringen. In Fig. 23 sei $AB$ die auf der Ebene der Zeichnung senkrecht stehende Grenzfläche von zwei Stoffen. Oberhalb der Grenzfläche befinde sich Luft und unterhalb derselben Glas. Pflanzt sich dann in der Richtung der Linie $LC$ ein Strahl von „weifsem“ Licht (Sonnenlicht, elektrisches Licht oder Gaslicht) fort, dann bekommt man im Glase eine Anzahl von Strahlen, die innerhalb eines gewissen Winkels $DCG$ liegen und von denen in der Figur vier, $CD$, $CE$, $CF$, $CG$, angegeben sind. Diese Strahlen weichen alle von der ursprünglichen Richtung des Lichtes ab, aber sie thun dies in verschiedenem Grade. Die Strahlen, welche am wenigsten „gebrochen“ sind, die in der Nähe von $CD$, bringen den Eindruck von „Rot“ hervor und können daher der Kürze halber rote Strahlen genannt werden. Dann folgen nach der Seite von $G$ hin orangefarbene, gelbe, grüne, blaue und endlich violette Lichtstrahlen.

Fig. 23.

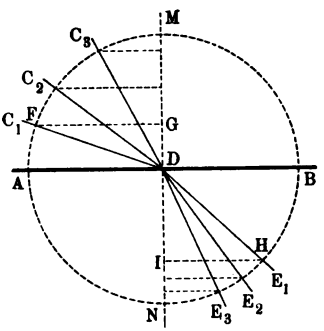



Diese Zerlegung des weifsen Lichtes wurde von Newton entdeckt und er zeigte, dafs man wieder weifses Licht erhält, wenn man die Strahlen von verschiedener Farbe wieder vereinigt und zusammen in das Auge eintreten läfst. So kam er zu der Vorstellung, die durch alle späteren Beobachtungen bestätigt worden ist, dafs das weifse Licht in Wirklichkeit eine zusammengesetzte Erscheinung ist, und dafs die Strahlen von verschiedener Farbe in der einen oder anderen Weise bereits in dem Lichtstrahl $LC$ enthalten sind. Sie werden durch das Glas voneinander getrennt, weil sie in verschiedener Weise gebrochen werden und daher verschiedene Wege einschlagen. Dafs diese Strahlen von verschiedener Farbe im Gegensatz zum weifsen Licht wirklich den Namen einfach verdienen, geht daraus hervor, dafs, wenn man einen dieser Strahlen absondert und ihn dann von einem Stoff in einen anderen übergehen läfst, er bei der Brechung nicht von neuem zerlegt

wird. Ein solcher Strahl hat auch eine ganz bestimmte Beschaffenheit, denn wie man ihn auch zurückwerfen und brechen läfst, sobald er wieder einmal aus Luft in Glas übergeht, zeigt er immer wieder dieselbe Brechbarkeit.

Das Brechungsgesetz wurde durch den Leydener Professor Snellius entdeckt. Fig. 24 mag dazu dienen, Sie mit diesem Gesetze bekannt zu machen. $AB$ ist wieder die Grenzfläche, und zwar wollen wir annehmen, dafs sich oberhalb derselben Luft und unterhalb derselben Glas befindet. Vergleichen wir jetzt verschiedene Lichtstrahlen, alle einfach und von derselben Art, die in der Richtung der Linien $C_1D$, $C_2D$, $C_3D$ einfallen. Sie werden alle so gebrochen, dafs sie mit der Senkrechten $MN$ auf die Grenzfläche im Glase einen kleineren Winkel bilden als in der Luft, und zwar sind die Wege $C_1DE_1$, $C_2DE_2$, $C_3DE_3$. Beschreiben wir nun um den Punkt $D$ als Mittelpunkt mit beliebigem Radius einen Kreis, dann wird dieser sämtliche Strahlen schneiden. Von dem Schnittpunkte $F$ auf einem einfallenden und dem Schnittpunkte $H$ auf dem zugehörigen gebrochenen Strahl fällen wir die Senkrechten $FG$ und $HI$ auf die Linie $MN$, und dividieren die Länge der ersten Senkrechten durch die Länge der zweiten. Wir bekommen dann eine bestimmte Zahl, deren Gröfse sich natürlich nicht ändert, wenn wir unserem Kreise einen gröfseren oder einen kleineren Radius geben. Das Gesetz von Snellius sagt nun, dafs das Verhältnis der beiden Senkrechten dasselbe bleibt, wenn man dem einfallenden Licht eine andere Richtung giebt. In unserer Figur liegen z. B. die Punkte, in denen $C_2D$ und $DE_2$ vom Kreis geschnitten werden, in Abständen von $MN$, die sich ebenso zu einander verhalten wie $FG$ und $HI$.

Fig. 24.



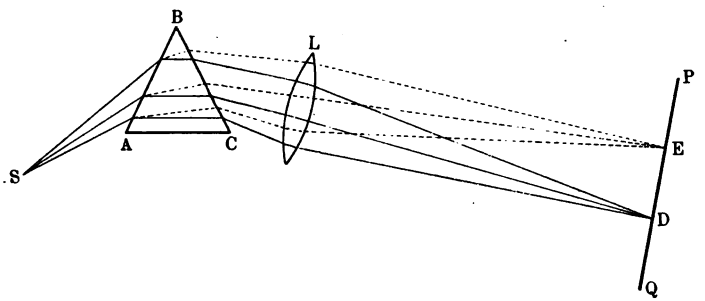

Man nennt dieses Verhältnis, das also unverändert bleibt, solange es sich um dieselben Stoffe und um einfaches Licht von einer bestimmten Art handelt, den Brechungsexponenten. Zahlreiche Physiker haben sich mit der Messung desselben für verschiedene Stoffe beschäftigt. In unserem Beispiel von Glas und Luft kann z. B. der Brechungsexponent für rotes Licht 1,53, und für blaues Licht 1,55 betragen.

Wenn der Brechungsexponent bekannt ist, so kann der Lauf des Lichtes beim Übergang aus dem einen in den anderen Stoff berechnet werden, und so ist das Gesetz von Snellius die Grundlage der ganzen Theorie der Linsen und der optischen Instrumente geworden, der Fernrohre und Mikroskope, mit denen wir unserem Sehvermögen zu

Hülfe kommen. Es liegt nicht in unserem Plan, diese Instrumente näher zu behandeln. Wir werden hauptsächlich die verschiedenen Lichtarten besprechen, sowie den Unterschied, der zwischen ihnen besteht.

Wenn ein Körper verschiedene Arten von Licht zugleich ausstrahlt, dann werden diese, wie bereits gesagt wurde, bei jeder Brechung voneinander geschieden. Um diese Scheidung auch dann in gehöriger Weise zu bekommen, wenn von der Lichtquelle, wie es in Wirklichkeit der Fall ist, ein Bündel Strahlen nach verschiedenen Richtungen ausgeht, müssen wir uns geeigneter Hülfsmittel bedienen. Wir können z. B. so verfahren, wie Sie es in Fig. 25 angegeben finden. $S$ ist ein vertikaler enger Spalt, als ein Punkt gezeichnet, da wir uns die Ebene

Fig. 25.




der Zeichnung horizontal denken. Hinter dem Spalt müssen Sie sich die Lichtquelle denken. Eine Anzahl Strahlen, von denen einige in der Figur gezeichnet sind, gehen nun durch den Spalt und fallen auf ein dreiseitiges Prisma von Glas, dessen Kanten in $A$, $B$ und $C$ vertikal stehen. Nach dem Durchgang durch das Prisma treffen sie auf eine Linse $L$, und in einiger Entfernung von dieser steht ein Schirm $PQ$. In der Figur ist angenommen, dafs zwei Arten von einfachem Licht ausgestrahlt werden. Bis an die Seitenfläche $AB$ des Prismas bleiben diese bei einander, aber dann schlagen sie wegen ihrer ungleichen Brechbarkeit verschiedene Wege ein. Die Strahlen, welche am meisten gebrochen werden, laufen in der Richtung der ausgezogenen Linien, die weniger brechbaren in der Richtung der punktierten Linien. Die ersteren treffen den Schirm in $D$, die anderen in $E$. In diesen beiden Punkten sieht man, wenn alles gut aufgestellt ist, helle Linien, die ebenso wie der Spalt und die Kanten des Prismas vertikal stehen und natürlich um so weiter voneinander entfernt sind, je mehr die beiden Lichtarten in der Brechbarkeit voneinander verschieden sind.

Als Beispiel einer Lichtquelle, die zwei Lichtarten ausstrahlt, kann diese Flamme dienen, die durch etwas Kochsalz gefärbt ist. Das gelbe Licht dieser Flamme zerlegen wir in einer Weise, die im wesentlichen mit der durch Fig. 25 veranschaulichten übereinstimmt, nur

lassen wir das Licht nacheinander vier Prismen durchlaufen und benutzen auch eine gröfsere Anzahl von Linsen. Aufserdem fangen wir die Strahlen nicht auf einem Schirm auf, sondern sehen in ein Fernrohr, so dafs eigentlich die Netzhaut des Beobachters als Schirm dient. Wenn Sie in das Fernrohr blicken, so sehen Sie dicht nebeneinander zwei gelbe Linien, die zwei verschiedenen Lichtarten entsprechen.

Ich will die Gelegenheit benutzen, um Ihnen noch eine andere Erscheinung zu zeigen, deren Bedeutung wir nächste Woche kennen lernen werden. Hinter die durch Kochsalz gelb gefärbte Flamme habe ich eine starke Lichtquelle (Kalklicht) gestellt, so dafs die Strahlen derselben, nachdem sie durch die Flamme gegangen sind, auf den Spalt fallen. Geschähe dies, während die Flamme nicht da ist, so würden Sie das Gesichtsfeld des Fernrohres ganz mit farbigem Licht ausgefüllt sehen. Auf diesem hellen Grund beobachtet man nun zwei feine dunkle Linien, sobald die Flamme in den Weg des Kalklichts gestellt wird.

Das Merkwürdige hierbei ist, dafs diese dunkeln Linien genau an denselben Stellen des Gesichtsfeldes stehen wie die hellen Linien, die durch die Flamme mit dem Kochsalz erzeugt werden, wenn diese Flamme allein da ist. Man überzeugt sich hiervon, wenn man zwischen die Kalklichtlaterne und die Flamme einen undurchsichtigen Schirm stellt, das Auge vor das Fernrohr hält und dann den Schirm hinwegnimmt. Dann kommen zuerst nur die gelben Strahlen der Kochsalzflamme in den Spalt, und man sieht die beiden hellen Linien. Beim Hinwegziehen des Schirmes treten an ihre Stelle dunkle Linien im hellen Gesichtsfeld.

## IV.

## Lichtschwingungen.

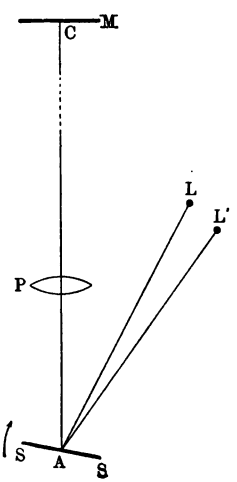
Wir wollen diesmal mit der Besprechung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes beginnen. Dann werde ich Ihnen den Beweis liefern, dafs es sehr schnelle Schwingungen sind, die von einem leuchtenden Gegenstand ausgehen und, wenn sie unsere Netzhaut treffen, eine Gesichtswahrnehmung hervorbringen.

Die Theorie, mit der Christiaan Huygens seinen Namen verbunden hat, wird uns das Wesen von vielen Erscheinungen enthüllen, die wir jeden Tag beobachten, zugleich aber auch von Erscheinungen, denen man nur durch eine zu hoher Vollkommenheit entwickelte Beobachtungskunst auf die Spur gekommen ist.

Die grofse Schwierigkeit bei der Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit liegt darin, dafs sie so erstaunlich grofs ist. Dafs der Schall eine gewisse Zeit braucht, um uns zu erreichen, können Sie beobachten, so oft Sie aus hinreichender Entfernung einen Rammblock fallen oder mit einem Hammer schlagen sehen. Das Licht dagegen pflanzt sich in derartigen Fällen und bei allen unseren gewohnten Wahrnehmungen so gut wie augenblicklich fort, was Sie begreiflich finden werden, wenn ich Ihnen im voraus sage, dafs es in einer Sekunde mehr als siebenmal den Umfang der Erde zurücklegen kann. Es sind denn auch astronomische Erscheinungen gewesen, bei denen sehr grofse Entfernungen im Spiele sind, die zuerst eine Lösung des Problems ermöglicht haben. Später haben jedoch die französischen Physiker Fizeau und Foucault die Zeit gemessen, die zur Zurücklegung einer Strecke auf der Erde erforderlich ist. Ich kann Ihnen mit Hülfe von Fig. 26 das Prinzip einer der dabei befolgten Methoden erklären.

$L$ ist hier ein leuchtender Punkt, und $SS$ ein ebener Spiegel, der um eine durch $A$ gehende und auf der Ebene der Figur senkrecht stehende Achse sehr schnell in der Richtung des Pfeiles gedreht wird. Die von $L$ ausgehenden Strahlen fallen auf den Spiegel und werden, wenn dieser eine Stellung wie die in der Figur gezeichnete einnimmt, in der Richtung von $AC$ — und anderen wenig davon verschiedenen Linien — zurückgeworfen. Sie müssen jetzt eine grofse Strecke in dieser Richtung durchlaufen und dann zurückkehren. Es soll nämlich die Zeit gemessen werden, welche zum zweimaligen Durchlaufen dieser Strecke erforderlich ist. Zu diesem Zwecke steht am Ende des langen Weges ein Spiegel $M$, und bei $P$ eine Sammellinse, welche die Strahlen auf ihrem weiten Wege zusammenhalten mufs. So gehen sie dann nach $M$, werden hier reflektiert, erreichen von neuem den Spiegel $S$ und würden, wenn sich dieser noch in der Stellung befände, die er bei der ersten Reflexion der Strahlen hatte, wieder in dem Punkt $L$, von dem sie ausgingen, zusammenkommen. Allein — und hierauf beruht eben die Methode — während das Licht den Weg von $SS$ nach $M$ und wieder zurück durchlaufen hat, hat sich der Spiegel ein wenig gedreht, und da jede Veränderung in der Richtung eines Spiegels eine Veränderung im Laufe der zurückgeworfenen Strahlen zur Folge hat, wird das Licht nicht wieder in den Punkt $L$, sondern in einen von diesem nur wenig entfernten Punkt $L'$ zurückkehren. Man mifst nun den grofsen Abstand von $A$ nach $C$, den Abstand $AL$ und die kleine

Fig. 26.



Verschiebung $LL'$ des Bildes. Kennt man aufserdem die Umdrehungsgeschwindigkeit des Spiegels, so hat man alle erforderlichen Daten.

Hier einige Zahlen, die den Versuchen des amerikanischen Physikers Michelson entlehnt sind. Der Abstand $LL'$ war, als der Spiegel 257,9 Umdrehungen in der Sekunde machte, 13,77 cm, also, wie Sie sehen, sehr gut meſsbar. Hieraus, in Verbindung mit der Länge von $AL$, die ungefähr 10 m betrug, berechnete Michelson, daſs der Spiegel im 240 000sten Teil einer Sekunde die kleine Drehung gemacht hatte, die erforderlich ist, um einen zurückgeworfenen Strahl aus der Richtung $AL$ in die Richtung $AL'$ zu bringen. Diese kleine Zeit hat das Licht gebraucht, um die Entfernung von $A$ nach $C$, die 62 450 cm betrug, hin und zurück zu durchlaufen. Das Endresultat Michelsons war, daſs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $2998 \times 10^7$ cm pro Sekunde beträgt. Diese Zahl wollen wir der Bequemlichkeit halber auf $3000 \times 10^7$ oder $3 \times 10^{10}$ cm pro Sekunde abrunden. Sie ist in guter Übereinstimmung mit derjenigen, welche die Astronomen gefunden hatten.

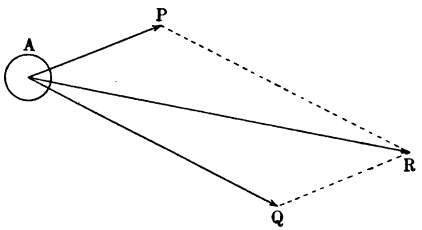
Woher wissen wir nun, daſs es Schwingungen sind, die sich mit dieser Geschwindigkeit fortpflanzen und die z. B. die Entfernung der Erde von der Sonne in ungefähr acht Minuten zurücklegen? Warum sind es nicht, wie man wohl gemeint hat, kleine Projektile, die die Sonne nach allen Richtungen aussendet? Wir sollen das letztere nicht deshalb verwerfen, weil es uns fremdartig vorkommen würde. Auch wer zum erstenmal von Schwingungen mit einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit wie die genannte hört, bekommt den Eindruck von etwas ungewohntem. Solche Eindrücke dürfen schlieſslich keinen Einfluſs auf unser Urteil haben. Wir müssen die Antwort in den Beobachtungen suchen. Und wenn wir nun das Licht für eine Schwingungserscheinung erklären, so geschieht es deshalb, weil es bei Lichtstrahlen Erscheinungen giebt, die nur bei schwingenden Bewegungen vorkommen und nur durch die Annahme solcher Bewegungen erklärt werden können.

Über ähnliche Erscheinungen bei Wasserwellen und Schallschwingungen sprachen wir bereits kurz, und es ist gut, jetzt noch einmal darauf zurückzukommen. Ich meine, um jetzt nur bei dem Schall zu bleiben, das gleichzeitige Bestehen von Schwingungen in der Luft, die von verschiedenen Schallquellen herstammen. Wir sahen in Gedanken die verdichteten und verdünnten Schichten in der Luft, und stellten uns vor, wie sich diese einander durchkreuzen, ohne sich in ihrer Fortpflanzung zu stören. Wir bekamen so ein Bild von dem ganzen Luftraum, in dem die Bewegungen stattfanden.

Aber lassen Sie uns jetzt, um die Gedanken zu fixieren, einmal einen einzelnen Punkt ins Auge fassen und auf eine kleine Menge Luft achten, die sich daselbst befindet und die wir kurz ein „Luftteilchen“ nennen wollen. Das Teilchen wird sich, wenn überhaupt

kein Schall erregt wird, an einer bestimmten Stelle $A$ (Fig. 27) befinden. Wird es nun von den Schwingungen, die von einer Schallquelle ausgehen, getroffen — denken Sie sich zunächst nur eine Schallquelle —, dann verläfst es diese Stelle und ist in einem bestimmten Augenblick z. B. im Punkt $P$. In derselben Weise würde auch eine zweite Schallquelle, wenn sie allein vibrierte, das Teilchen aus seiner Gleichgewichtslage verschieben. Nehmen Sie an, sie brächte es in demselben Augenblick in den Punkt $Q$. Die Regel für die „Zusammensetzung von Schwingungen" ist nun sehr einfach. Sie wird Sie an das Parallelogramm der Kräfte erinnern. Wir verbinden $A$ mit $P$ und $Q$ und beschreiben über den Linien $AP$ und $AQ$ als Seiten ein Parallelogramm. Der vierte Eckpunkt desselben ist dann die Stelle, die das Teilchen unter dem gleichzeitigen Einflufs der beiden Bewegungsursachen einnehmen wird. Die Diagonale $AR$ giebt an, nach welcher Seite hin es dann verschoben ist und wie weit es von der Gleichgewichtslage entfernt ist. Natürlich hätten wir eine viel kleinere Figur zeichnen müssen, wenn wir die Verschiebungen in ihrer wahren Gröfse hätten darstellen wollen. Auch gilt die Zeichnung nur für einen Augenblick, und wenn wir sie wiederholen, so fällt sie jedesmal anders aus. Endlich würde für jedes Luftteilchen eine besondere Figur gezeichnet werden können, allein wir wollen uns in alles dies nicht vertiefen. Das Gesagte mag genügen, um Ihnen eine Vorstellung von dem Prinzip zu geben, nach welchem Schwingungen zusammengesetzt werden. Wir haben nun auch weiter keine Mühe, zu begreifen, was geschieht, wenn nicht zwei, sondern drei oder mehr Schallquellen, oder soviel als Sie nur wollen, miteinander zusammenwirken, denn nichts hindert uns, immer in derselben Weise, die Bewegung, die wir durch die Zusammensetzung von zwei Schwingungen erhalten haben, mit einer dritten Schwingung zu vereinigen, was wir dann finden, wieder mit einer vierten, u. s. w. Auch ist es wohl klar, dafs diese Auseinandersetzungen für alle schwingenden Systeme gelten. Wir wissen nun im allgemeinen, wie mehrere Schwingungen zu gleicher Zeit bestehen können, und wir haben auch das Mittel, um einige merkwürdige Erscheinungen, die sich dabei bieten, und die man gewöhnlich Interferenzerscheinungen nennt, zu verstehen. Glücklicherweise ist dabei die Sache nicht immer so verwickelt, wie ich es soeben dargestellt habe. Oft wird ein Punkt von zwei Schwingungen getroffen, die ihn beide auf derselben geraden Linie hin- und herbewegen, und dann ist die Zusammensetzung der Bewegungen leichter. Man braucht dazu nicht einmal

Fig. 27.



ein Parallelogramm. Zwei Verschiebungen nach derselben Seite hin liefern zusammen eine Verschiebung, die gleich ihrer Summe ist. Wenn dagegen ein Punkt durch zwei Ursachen in entgegengesetzter Richtung aus seiner Gleichgewichtslage gebracht wird, so bekommt er in Wirklichkeit eine Verschiebung, die gleich dem Unterschied der Verschiebungen ist, die er durch jede der beiden Ursachen allein erleiden würde, und zwar in der Richtung der gröfseren dieser Verschiebungen. Wenn ihn z. B. die eine Ursache um fünf Längeneinheiten nach rechts, die andere um zwei Längeneinheiten nach links verschiebt, so werden wir eine Verschiebung um drei Längeneinheiten nach rechts haben.

Man sagt, dafs zwei Schwingungen dieselbe Phase haben, wenn sie einen Punkt nach derselben Seite hin verschieben, und spricht von entgegengesetzten Phasen, wenn die Verschiebungen nach verschiedenen Seiten hin stattfinden. Es wird nun klar geworden sein, dafs zwei Schwingungen von gleicher Phase sich gegenseitig verstärken, zwei Schwingungen von entgegengesetzter Phase sich dagegen schwächen. Sind in diesem letzteren Falle die beiden Verschiebungen, welche wir zu vereinigen haben, gleich grofs, dann bleibt der bewegliche Punkt in der Gleichgewichtslage. Die beiden Schwingungen heben sich dann einander auf.

Dafs sich zwei Schwingungen je nach Umständen verstärken oder schwächen können, ist das Charakteristische der Interferenzerscheinungen. Natürlich wird man dies am leichtesten bemerken, wenn man die Verstärkungen oder Schwächungen miteinander vergleichen kann, so dafs der Gegensatz zwischen beiden unsere Aufmerksamkeit erregt, und ich will Sie daher zunächst mit einer Schallerscheinung bekannt machen, bei der die wahrgenommene Intensität abwechselnd grofs und klein ist.

Diese beiden Stimmgabeln geben beinahe denselben Ton, so dafs, wenn ich jede von ihnen einzeln schwingen lasse, Sie keinen Unterschied bemerken werden. Aber es besteht doch ein kleiner Unterschied, und dieser hat zur Folge, dafs, wenn ich beide angestrichen habe, man den Ton abwechselnd stärker und schwächer werden hört. Die Erklärung liegt nun auf der Hand, und sie wird am deutlichsten sein, wenn ich von den Schwingungszahlen Gebrauch mache. Für die eine Stimmgabel beträgt diese 256 und für die andere z. B. 252 pro Sekunde. Richten Sie nun Ihre Aufmerksamkeit auf Ihr Trommelfell und bedenken Sie, dafs dieses, wenn die eine Stimmgabel allein schwingt, in der Sekunde 256mal, wenn dagegen die andere allein schwingt, 252mal in der Sekunde nach innen gedrückt wird. Lassen Sie uns weiter annehmen, dafs in einem bestimmten Augenblick die beiden Schallquellen das Trommelfell nach innen bewegen. Dann findet Verstärkung statt, und dies wird während der zunächst folgenden Schwingungen so bleiben. Aber bald wird das anders. Eine achtel Sekunde nach jenem ersten Augenblick wird nämlich die erste Ursache

das Trommelfell wieder nach innen bewegen, da in einer achtel Sekunde von dem ersten Ton $\frac{256}{8} = 32$ volle Schwingungen kommen. Von den Schwingungen, die die zweite Stimmgabel erregt, haben wir dagegen in derselben Zeit $\frac{252}{8} = 31\frac{1}{2}$. Wären diese allein da, dann würde also das Trommelfell in dem letzteren Augenblick nach aufsen gehen. So haben wir also $\frac{1}{8}$ Sekunde nach dem zuerst betrachteten Augenblick entgegengesetzte Phasen und eine Schwächung des wahrgenommenen Schalles. Wieder $\frac{1}{8}$ Sekunde später sind vom Anfang an 64 und 63 Schwingungen gemacht worden, und wir haben daher ebenso wie am Anfang gleiche Phasen, was eine Verstärkung zur Folge hat, und ich brauche mit dieser Betrachtung wohl nicht fortzufahren, um Ihnen die regelmäfsige Abwechselung von stärkerem und schwächerem Schall begreiflich zu machen.

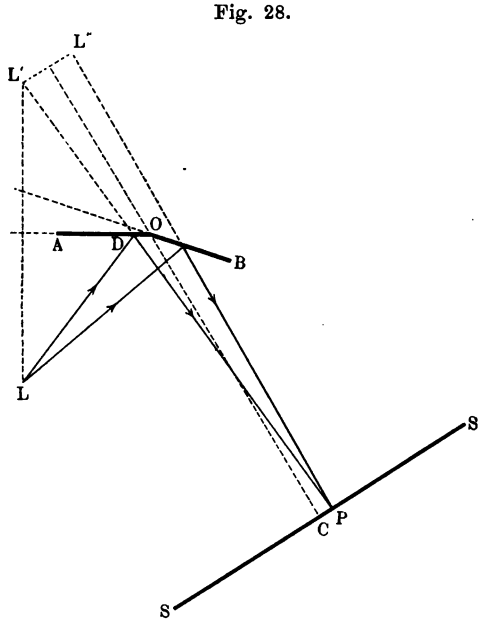
Dies sind die Schwebungen, die stets wahrgenommen werden, wenn zwei Töne mit einem kleinen Unterschied in der Schwingungszahl zu gleicher Zeit hervorgebracht werden, und die, was die Geschwindigkeit des Wechsels betrifft, eine einfache Regel befolgen. In unserem Beispiel kommt jedesmal nach $\frac{1}{4}$ Sekunde wieder eine Verstärkung, so dafs die Anzahl der Schwebungen in der Sekunde 4 ist, gerade so viel, wie der Unterschied der Schwingungszahlen, und dies gilt allgemein. Wenn ich auf die Zinken der Stimmgabel mit dem tiefsten Ton ein paar kleine Kautschukringe schiebe, so schwingt sie — infolge der Vermehrung der Masse — langsamer. Ihre Schwingungszahl weicht mehr von der Schwingungszahl der anderen Stimmgabel ab und Sie hören denn auch die Anschwellungen der Tonstärke schneller aufeinander folgen. Den entgegengesetzten Einfluſs übt eine Vergröfserung der Masse der anderen Stimmgabel aus.

Die graphische Darstellung einer schwingenden Bewegung mit Schwebungen habe ich Ihnen bereits das vorige Mal gezeigt. Sie werden sich an die Wellenlinie erinnern, deren Wellen abwechselnd eine gröfsere und eine kleinere Amplitude hatten. Sie war thatsächlich dadurch erhalten, dafs man zwei nur wenig voneinander verschiedene Töne auf eine Membran wirken liefs, die mit einem Schreibstift versehen war. Mit Rücksicht auf eine spätere Anwendung wollen wir hier jetzt noch bemerken, dafs die Bewegung dieser Membran — oder des Trommelfells, wenn wir Schwebungen hören — in zwei ganz verschiedenen Weisen beschrieben werden kann. Ich kann sagen, dafs die Membran eine Schwingung ausführt, deren Amplitude periodischen Veränderungen unterworfen ist, aber auch, dafs sie zu gleicher Zeit zwei schwingende Bewegungen macht, die eine etwas verschiedene Schwingungszahl haben, von denen aber jede eine konstante Amplitude hat. Das eine kommt auf dasselbe hinaus wie das andere. Es unterliegt keinem Zweifel, dafs ein schwingender Körper, dessen Ampli-

tude in der Gröfse wechselt, in seiner Umgebung dieselben Erscheinungen hervorruft, als ob man es mit einem System von zwei Schwingungen zu thun hätte.

Ich habe mich bei den Schwebungen etwas lange aufgehalten, weil sie an und für sich die Aufmerksamkeit verdienen und weil sie vorzüglich geeignet sind, als erstes Beispiel einer Interferenzerscheinung zu dienen. Was wir sogleich beim Licht beobachten werden, ist gleichwohl etwas anderer Art. Die Lichtstrahlen, welche sich gegenseitig verstärken und schwächen, werden nämlich genau dieselbe Schwingungszahl haben. Dann ist keine Rede davon, dafs an einer bestimmten Stelle die beiden Schwingungen abwechselnd dieselbe und die entgegengesetzte Phase haben. Auch bei unserem Trommelfell würde dies nicht möglich sein, wenn es von zwei Schallbewegungen von derselben Tonhöhe getroffen würde. Wäre dann einmal die Phase der beiden Bewegungen dieselbe, dann würde sie niemals entgegengesetzt werden, ebensowenig wie zwei Pendel von gleicher Schwingungszeit, die gleichzeitig nach rechts ausweichen, jemals entgegengesetzten Ausschlag zeigen werden. Um bei gleicher Höhe von zwei Tönen eine Abwechselung von gröfserer und geringerer Stärke des Schalles zu beobachten, müfste man von dem einen Punkt des Raumes nach dem anderen gehen. In der That können zwei Schwingungen von derselben Schwingungszahl, die von verschiedenen Punkten ausgehen, sich sehr gut an der einen Stelle gegenseitig verstärken und an der anderen schwächen.

Fig. 28.




Der Versuch, den wir nun ausführen wollen, ist zu Anfang des vorigen Jahrhunderts von Fresnel ersonnen worden. $AO$ und $OB$ (Fig. 28) sind zwei vertikal (senkrecht zur Ebene der Zeichnung) stehende Spiegel, die beinahe, aber nicht ganz in dieselbe Ebene fallen. $L$ ist ein leuchtender Punkt oder eigentlich ein beleuchteter vertikaler Spalt, und die von diesem ausgehenden Strahlen werden nach der Reflexion auf einem Schirm $SS$ aufgefangen. In einem bestimmten Punkt dieses letzteren können nun

zwei Strahlen zusammen kommen, von denen der eine vom Spiegel $AO$, der andere vom Spiegel $OB$ zurückgeworfen wird, und gerade um die Interferenz der Schwingungen dieser Strahlen ist es uns zu thun. Zunächst verfolgen wir ihren Lauf und machen dabei Gebrauch von den „Bildern" $L'$ und $L''$, die die beiden Spiegel von dem Lichtpunkt geben. Haben wir diese in der Figur angegeben und wollen wir nun wissen, welche Strahlen in den einen oder anderen Punkt $P$ des Schirmes kommen, so verbinden wir diesen mit $L'$ und $L''$ und ziehen von den Punkten, wo die erste Verbindungslinie den Spiegel $AO$ und die zweite den Spiegel $OB$ schneidet, Linien nach dem leuchtenden Punkt. So sieht man in der Figur den Weg, erst von $L$ nach $D$ und dann von $D$ nach $P$, auf dem das von $AO$ zurückgeworfene Licht den Punkt $P$ erreicht. Da $LD = L'D$ ist, hat dieser Weg dieselbe Länge wie die gerade Linie $L'P$. Ebenso ist der Weg, den das Licht zurücklegt, wenn es erst auf den zweiten Spiegel fällt, so lang wie die gerade Linie $L''P$. Wir sprechen über die Länge dieser Wege, denn wenn das Licht aus Schwingungen besteht, was ich, um Ihnen die Bedeutung des Versuches klar zu machen, voraussetzen will, so ist diese Länge für das, was auf dem Schirm beobachtet wird, maſsgebend.

Um nun einen bestimmten einfachen Fall vor Augen zu haben, nehmen wir an, daſs von $L$ nur eine Art von einfachem Licht ausgeht und daſs dies eine bestimmte Schwingungszahl pro Sekunde hat. Ist diese z. B. $N$, dann ist die Schwingungszeit $\frac{1}{N}$ Sekunde. Wir wollen weiter annehmen, daſs die Lichtschwingungen, was ihre Richtung betrifft, den Schwingungen eines gespannten Seils gleichen, d. h. daſs sie senkrecht auf der Richtung der Lichtstrahlen stehen. Lassen Sie nun ein leuchtendes Teilchen von $L$ senkrecht auf die Ebene der Zeichnung, also in vertikaler Richtung hin und her gehen. Dann entstehen abwechselnd nach oben und nach unten gerichtete Gleichgewichtsstörungen, die sich in den Strahlen fortpflanzen. Bei dieser Fortpflanzung besteht eine bestimmte „Wellenlänge", die wir $l$ nennen wollen, und die, wenn die Schwingungszahl $N$ und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v$ bekannt wäre, vermittelst der Formel

$$l = \frac{v}{N}$$

berechnet werden könnte. Wie uns diese Gleichung wieder erinnert, ist $l$ der Weg, den das Licht in $\frac{1}{N}$ Sekunde zurücklegt, d. h. in der Zeit, während welcher eine Schwingung gemacht wird. Auf jedem Lichtstrahl, der von $L$ ausgeht, findet man in Abständen von je einer Wellenlänge Gleichgewichtsstörungen von derselben Richtung, die nacheinander in Intervallen von je einer Schwingungszeit von dem leuchtenden Punkt ausgegangen sind. In zwei Punkten dagegen, die

um eine halbe Wellenlänge voneinander entfernt sind, bestehen in demselben Augenblick entgegengesetzte Verschiebungen. Diese sind eine halbe Schwingungszeit nacheinander von dem leuchtenden Punkt ausgegangen.

Wir betrachten nun einen Punkt $C$ des Schirmes (auf der Linie $SS$ ist nur ein derartiger Punkt), der von $L$ und $L'$ gleich weit entfernt ist. Die beiden Wege, die von $L$ nach diesem Punkt laufen, sind gleich lang und werden in gleichen Zeiten zurückgelegt. In $C$ kommen daher Verschiebungen zusammen, die in demselben Augenblick von $L$ abgegangen sind und die daher beide nach oben oder nach unten gerichtet sind. Diese Gleichgewichtsstörungen müssen sich gegenseitig verstärken.

Anders ist es rechts und links von $C$. Gehen wir nach rechts, so kommen wir weiter von $L'$ hinweg als von $L''$, und wir können einen Punkt $P$ so wählen, dafs der Unterschied der Entfernungen genau eine halbe Wellenlänge beträgt. Dann erfordert die Fortpflanzung auf dem einen Wege eine halbe Schwingungszeit mehr als die auf dem anderen Wege. Gleichgewichtsstörungen, die in demselben Augenblick in $P$ zusammentreffen sollen, müssen von $L$ in Augenblicken abgehen, die eine halbe Schwingungszeit auseinander liegen und daher notwendigerweise entgegengesetzt gerichtet sind, die eine nach oben und die andere nach unten. Daher müssen wir in diesem Punkt Schwächung, und da unter den Umständen des Versuchs die Amplituden gleich grofs sind, Dunkelheit erhalten. Noch etwas weiter nach rechts müssen wir wieder Licht finden, denn wenn wir den betrachteten Punkt weiter nach dieser Seite verschieben, dann wird der Unterschied der beiden Wege gröfser als in $P$, also gröfser als eine halbe Wellenlänge. Ein Punkt, der nahezu zweimal so weit von $C$ entfernt ist als der Punkt $P$, liegt von $L'$ eine Wellenlänge weiter entfernt als von $L''$. Hier kommen also Gleichgewichtsstörungen zusammen, die mit einem Intervall einer vollen Schwingungszeit von $L$ ausgegangen sind. Diese haben dieselbe Richtung und verstärken sich gegenseitig.

Wie diese Betrachtung weiter fortgesetzt und auch auf Punkte links von $C$ angewandt werden kann, liegt auf der Hand. Wir können erwarten, dafs in einer Reihe von Punkten auf $SS$ abwechselnd Hell und Dunkel beobachtet wird. Dies ist wirklich der Fall, und da es auf keine andere Weise zu erklären ist, giebt es uns einen unumstöfslichen Beweis für die Existenz der Lichtschwingungen.

Ich deute nur an, dafs die Erscheinung dieselbe bleibt, wenn die Schwingungen eine andere Richtung haben, als wir angenommen haben[1]),

[1]) Der Winkel zwischen den Linien $L'P$ und $L''P$ ist in Wirklichkeit so klein, dafs die Schwingungen, auch wenn sie in $P$ senkrecht auf die Strahlen, aber in der Ebene der Zeichnung liegen, so gut wie entgegengesetzt sind und sich beinahe vollkommen aufheben können.

und dafs wir bei dem Gebrauch eines vertikalen Spaltes und vertikal gestellter Spiegel auf dem Schirm ebenfalls vertikale, abwechselnd helle und dunkle Banden, Interferenzstreifen, zu sehen bekommen.

Natürlich hat man den Versuch mit verschiedenen Arten von einfachem Licht, z. B. erst mit rotem und dann mit blauem Licht ausgeführt. Dabei zeigte es sich, dafs in jedem Falle helle und dunkle Banden entstehen, aber dafs der Abstand derselben von einander sich mit der benutzten Lichtart ändert. Im Punkt $C$ ist es, wie die Theorie verlangt, immer hell, aber der erste dunkle Streifen $P$ ist näher bei $C$, wenn man mit blauem, als wenn man mit rotem Licht operiert. Wir schliefsen daraus, dafs die Wellenlänge des blauen Lichtes kleiner ist, als die des roten Lichtes. Bei jedem der beiden Versuche wird die halbe Wellenlänge durch den Unterschied der Entfernungen $PL'$ und $PL''$ gegeben, und dieser Unterschied ist beim blauen Licht am kleinsten, weil dabei $P$ näher bei $C$ liegt, als wenn wir mit rotem Licht experimentieren.

Jetzt können wir auch voraussagen, was wir zu sehen bekommen, wenn wir weifses Licht, also zusammengesetztes Licht, benutzen. Wir müssen uns vorstellen, dafs jede Farbe ihr eigenes Interferenzbild giebt, und dafs diese Bilder sich zu einem Gesamtbilde vereinigen. In $C$ bekommen wir nun alle Farben zusammen, also wieder Weifs. Aber rechts und links von $C$ werden die Streifen der einen Farbe nicht mit den Streifen der anderen zusammenfallen. Wo z. B. Blau durch Interferenz ausgelöscht ist, da werden die anderen Farben noch vorhanden sein, und dann ist der Gesamteindruck nicht mehr der von weifsem, sondern der von farbigem Licht.

Es wird Sie daher nicht wundern, dafs sich zu beiden Seiten eines weifsen, hellen Streifens eine Anzahl von farbigen Streifen zeigen. Ich mufs Sie nun ersuchen, einzeln heranzutreten und diese Streifen zu betrachten. Dafs die Einrichtung des Versuchs von der gegebenen Beschreibung etwas abweicht, ist nicht von Belang. Ich will nicht näher darauf eingehen, auch wollen wir uns nicht mit der Beobachtung in Licht von einer bestimmten Farbe aufhalten. Hält man ein rotes oder ein blaues Glas in den Weg der Strahlen, dann fällt es in die Augen, dafs in dem einen Fall die Streifen weiter voneinander entfernt liegen als im anderen.

Für die Mühe, die wir auf die Besprechung und die Beobachtung der Interferenzerscheinung verwendet haben, werden wir durch eine sehr befriedigende Einsicht in das Wesen der Lichterscheinungen belohnt. Nicht nur jeder Zweifel an der Existenz der Schwingungen ist beseitigt, sondern wir haben auch gelernt, worin der Unterschied zwischen den verschiedenen Bestandteilen des weifsen Lichtes besteht. Diesen erblicken wir jetzt in der Wellenlänge, die für die am wenigsten brechbaren, d. h. für die roten Strahlen, am gröfsten ist und von da nach den violetten Strahlen zu stetig abnimmt. Zugleich mit der

Wellenlänge ändert sich auch die Schwingungszahl. Wir dürfen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft für alle Farben als gleich annehmen und ersehen dann aus der Formel auf S. 48, daſs einer kleinen Wellenlänge ein groſser Wert von $N$ entspricht. Nach dem Violett zu nimmt also die Schwingungszahl oder die Frequenz stets zu, und zwischen den Farben des Lichtes besteht derselbe Unterschied wie zwischen den Tönen von verschiedener Höhe beim Schall.

Wir brauchen nicht bei diesen allgemeinen Betrachtungen stehen zu bleiben, sondern wir können das Eigentümliche der verschiedenen Farben durch bestimmte Zahlen ausdrücken. Man kann bei dem Fresnelschen Versuch die gegenseitige Lage des Spaltes, der Spiegel und des Schirmes $SS$, sowie die Lage der Punkte $C$ und $P$ durch Messung bestimmen. Hieraus findet man die Länge von $L'P$ und $L''P$, und der doppelte Unterschied dieser Linien giebt uns die Wellenlänge. Derartige Messungen, die nach anderen auf demselben Prinzip beruhenden Methoden genauer ausgeführt werden können, lehren uns, daſs die Wellenlänge im Vergleich mit der Länge der Schallwellen sowie mit allen Entfernungen, mit denen wir gewöhnlich zu thun haben, sehr klein ist. Sie ist für das äuſserste Rot, welches im Sonnenlicht vorkommt, ungefähr 0,00008 und für das äuſserste Violett 0,00004 cm.

Nun haben wir noch unsere Formel

$$N = \frac{v}{l}.$$

Diese benutzen wir, um die Frequenz der unsichtbaren Schwingungen zu berechnen. Infolge der groſsen Fortpflanzungsgeschwindigkeit und der geringen Wellenlänge wird die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde sehr groſs. Sie ist für das soeben betrachtete rote Licht 375 Billionen und für das violette Licht 750 Billionen.

Sie haben sich vielleicht schon selbst die Frage vorgelegt, in welchem Stoff sich diese Schwingungen fortpflanzen. Sie kommen von den entferntesten Himmelskörpern zu uns, und es muſs daher im Weltraum auch auſserhalb der Atmosphären der Planeten ein Medium vorhanden sein, welches uns die Lichtbewegung übermittelt. Dieses Medium, durch seine Eigenschaften noch immer eins der groſsen Rätsel der Naturwissenschaft — obwohl wir ihm nicht ganz machtlos gegenüber stehen — ist der alles durchdringende Äther. Ich sage „alles durchdringend“, denn man muſs sich vorstellen, daſs der Äther in Gasen, Flüssigkeiten und festen Körpern anwesend ist, kurzum, daſs er in keinem einzigen Stoffe fehlt. Ich hoffe, daſs Sie dies auf Autorität annehmen und sich mit einer einfachen Erläuterung, die sich auf die Luft bezieht, begnügen werden. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist, wie bereits erwähnt, sowohl durch astronomische Beobachtungen

als auch durch Messungen auf der Erdoberfläche ermittelt worden. Dabei ist dasselbe Resultat gefunden worden oder, besser gesagt, diese Messungen waren nicht genau genug, um den kleinen Unterschied an den Tag zu bringen.

Nun ist natürlich die von den Astronomen ermittelte Geschwindigkeit diejenige im Himmelsraum, und die Übereinstimmung der beiden Resultate würde vollkommen unbegreiflich sein, wenn die Luft keinen Äther enthielte und wir es also mit der Fortpflanzung in zwei ganz verschiedenen Stoffen zu thun hätten. Wir müssen wohl annehmen, dafs bei der Fortpflanzung eines Lichtstrahls in der Luft hauptsächlich der Äther im Spiel ist, und dafs nur eine kleine Veränderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, die man zwar nicht durch direkte Messungen, aber auf indirektem Wege ermittelt hat, auf Rechnung der Luftteilchen gesetzt werden mufs.

Boten uns bereits die Schallschwingungen eine grofse Mannigfaltigkeit, so ist die Welt, die sich uns jetzt erschliefst, noch reicher und grofsartiger. Wir brauchen nicht einmal vom unermefslichen Himmelsraum zu sprechen, durchstrahlt von dem Lichte zahlloser Sonnen, deren Schwingungen viele Jahre brauchen, um uns zu erreichen. Auch hier, in unserer nächsten Umgebung, finden wir Millionen und Millionen Lichtwellen, die in allen Richtungen durcheinander laufen und die so fein organisiert sind, dafs z. B. in den Wellen, die in diesem Saal von der linken nach der rechten Seite gehen, alle Einzelheiten eingeschlossen liegen, die wir auf der linken Seite des Saales erblicken.

Zuweilen bleiben die verschiedenen Bestandteile der weifsen Strahlen, jedes mit seiner eigenen Periode schwingend, bei der Fortpflanzung zusammen, und das Licht bleibt daher weifs, in anderen Fällen dagegen werden sie voneinander geschieden und es entstehen allerhand Farbenerscheinungen. Zuweilen entstehen die Farben infolge der ungleichen Brechung der verschiedenen Strahlen, wie in einem Glasprisma oder in den Regentropfen, die bei der Entstehung eines Regenbogens mitwirken. Ein andermal wird beim Durchgang durch einen nicht vollkommen durchsichtigen Körper die eine Farbe mehr als die andere verschluckt oder absorbiert, eine Erscheinung, die wir uns so vorstellen müssen, dafs die Lichtschwingungen in Bewegung anderer Art umgesetzt werden und daher für die Lichtwahrnehmung verloren gehen. Wenn eine Glasplatte die roten Strahlen mehr durchläfst als die anderen, dann ist es kein Wunder, dafs wir durch diese Platte alles rot gefärbt sehen. Die Farben, wie die von dieser grünen Tischdecke, die wir bei auffallendem Licht sehen, sind ebenfalls durch Absorption entstanden.

Der Fresnelsche Versuch zeigte uns bereits, wie Farben entstehen können, wenn einige Lichtarten durch Interferenz ausgelöscht

werden. Einer derartigen Wirkung müssen Sie auch die bekannten glänzenden Farben der Seifenblasen zuschreiben.

Das dünne, kugelförmige Häutchen wirft die auffallenden Strahlen sowohl an seiner inneren, als auch an seiner äufseren Oberfläche zurück, und in einem Punkt unserer Netzhaut können daher zwei Bewegungen zusammenkommen, von denen die eine eine gewisse Strecke Weges, nämlich die doppelte Dicke des Häutchens, mehr zurückgelegt hat, als die andere. Daher eine Interferenz, die wegen der Verschiedenheit der Wellenlängen bei der einen Lichtart verstärkend, bei der anderen schwächend wirkt und das Auftreten einer mit der Dicke des Häutchens und mit dem Einfallswinkel wechselnden resultierenden Farbe zur Folge hat. Andere dünne durchsichtige Schichten, wie ein auf Wasser schwimmendes Ölhäutchen, zeigen dieselben Erscheinungen, und die Theorie der Lichtschwingungen kann von diesen und von vielen anderen Erscheinungen, die ich nicht anführen kann, vollkommen Rechenschaft geben.

Vielleicht hat es Sie schon gewundert, dafs wir nicht noch viel mehr Interferenzerscheinungen ohne besondere Hülfsmittel beobachten. Auch dies kann die Theorie erklären. Es ist einmal der Ausdehnung unserer Lichtquellen zuzuschreiben, die aus zahllosen leuchtenden Teilchen zusammengesetzt sind, sodann der komplizierten Beschaffenheit der Strahlen, die sie aussenden, und drittens dem Umstande, dafs die meisten Körper, mit denen wir die Lichtstrahlen auffangen, Dimensionen haben, die im Vergleich mit den kleinen Lichtwellen sehr grofs sind.

Wir wollen nun noch einmal auf die Zerlegung des zusammengesetzten Lichtes vermittelst eines Prismas zurückkommen. In der durch Fig. 25 veranschaulichten Weise werfe ich jetzt auf den Schirm das Farbenbild oder Spektrum, wie man es nennt, des Kalklichtes, welches ich auf einen Spalt fallen lasse. Es erstreckt sich ununterbrochen vom Rot bis zum Violett, das Licht enthält also Strahlen von allen innerhalb der genannten Grenzen liegenden Schwingungszahlen und Wellenlängen. Einfachere Erscheinungen beobachten wir, wenn wir als Lichtquelle einen gasförmigen Körper benutzen. Das Spektrum besteht dann aus einer kleineren oder gröfseren Anzahl von einzelnen hellen Linien, die ebenso vielen Arten von einfachem Licht entsprechen, die von dem leuchtenden Gase ausgestrahlt werden.

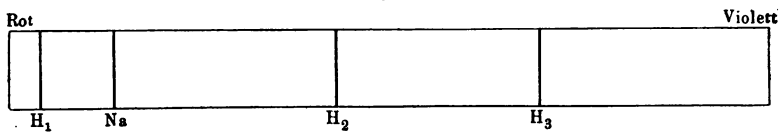
Die beiden sehr dicht nebeneinander liegenden Linien, welche das Spektrum einer mit Kochsalz gefärbten Flamme bilden, haben wir bereits kennen gelernt. Ebensowenig wie dieses kann ich Ihnen mit den Hülfsmitteln, die ich hier habe, andere Linienspektra in hinreichender Lichtstärke auf dem Schirm vorzeigen. Die gewöhnliche Art der Beobachtung ist übrigens die, deren wir uns in der vorigen Woche bedient haben. Man betrachtet die Spektra in einem Fernrohr,

in welches man die Strahlen eintreten läfst, nachdem sie durch einen engen Spalt gegangen und dann durch ein oder mehrere Prismen abgelenkt worden sind. Das ganze Instrument, das Spektroskop, ist ein wichtiges Hülfsmittel der neueren Naturwissenschaft geworden.

Hier stehen zwei kleine Spektroskope von dem gewöhnlichen Modell. Vor dem Spalt des einen befindet sich eine sogenannte Geisslersche Röhre, die mit Wasserstoff von geringer Dichte gefüllt ist. Das Gas wird zum Leuchten gebracht, wenn ich elektrische Entladungen hindurchgehen lasse. Das andere Spektroskop ist auf einen kleinen elektrischen Funken gerichtet, den ich zwischen zwei Eisendrähten überspringen lasse. Sie werden nun in dem einen Instrument die drei hellen Linien sehen, welche das Spektrum des Wasserstoffs bilden, und in dem anderen werden Sie die Lichtarten wahrnehmen, die dem durch die Hitze des Funkens verflüchtigten Eisen angehören.

In Fig. 29 habe ich angegeben, welche Lage die drei Wasserstofflinien $H_1$, $H_2$, $H_3$ in Bezug auf das von Rot bis Violett gehende kontinuierliche Spektrum des weifsen Lichtes haben. Aufserdem ist die Linie *Na* aufgenommen — und zwar wegen des kleinen Mafsstabes der

Fig. 29.




Zeichnung als einfache, nicht als doppelte Linie — die wir mit dem Kochsalz bekommen. Dieser Stoff ist eine Verbindung des Metalles Natrium mit Chlor, und dasselbe gelbe Licht, welches wir beobachtet haben, bekommen wir auch, wenn wir eine andere Verbindung dieses Metalls in die Flamme bringen oder wenn wir ein Stückchen des Metalls verbrennen. Wir nehmen daher an, dafs das Kochsalz in der Flamme zerlegt ist, und dafs es die Atome des freien Natriums gewesen sind, die das Licht ausstrahlten.

Was Sie in diesen kleinen Spektroskopen beobachten, giebt Ihnen nur eine schwache Vorstellung von dem Reichtum der Erscheinungen, den die Untersuchung der Spektra, die sich zu einem besonderen Zweig der Physik entwickelt hat, ans Licht gebracht hat. Gröfsere Hülfsmittel lassen uns feinere Linien wahrnehmen, die uns bei diesen Instrumenten entgehen, und Linien, die wir erst für einfach hielten, spalten sich in zwei oder drei Linien. Aufserdem photographiert man die Spektra und kann so die Untersuchung auf Strahlen ausdehnen, die unser Auge nicht mehr empfindet — ebenso wie das Ohr für allzu schnelle Luftschwingungen unempfindlich ist — und die mehr gebrochen werden als die sichtbaren violetten Strahlen und daher jenseits des violetten Endes des sichtbaren Spektrums liegen. Ebenso giebt es „ultrarote“ Strahlen, die weniger brechbar sind als die roten. Dazu

gehören die Wärmestrahlen, die durch erhitzte, aber nicht leuchtende Körper ausgestrahlt werden. So ist das Untersuchungsfeld nach beiden Seiten hin ausgedehnt, und in welchem Grade dies der Fall ist, kann daraus ersehen werden, dafs die äufsersten ultraroten und ultravioletten Strahlen Wellenlängen von ungefähr 0,003 und 0,00001 cm haben, während die Wellenlängen der sichtbaren Strahlen zwischen 0,00008 und 0,00004 cm liegen.

Namentlich im Ultraviolett werden die Spektra reich an Linien. Der Teil einer Photographie des Eisenspektrums, von dem jetzt ein Bild auf dem Schirm zu sehen ist, giebt Ihnen davon eine Vorstellung.

Über die grofse Bedeutung von diesem allem brauche ich nicht viel zu sagen. Es ist leicht einzusehen, welch ein unschätzbares Hülfsmittel man in den Spektren hat, um die verschiedenen Stoffe voneinander zu unterscheiden, und mehreren chemischen Elementen ist man dadurch auf die Spur gekommen, dafs man in einem Spektrum eine Linie beobachtete, die keinem der bekannten Elemente zugeschrieben werden konnte. Der höchste theoretische Wert liegt aber darin, dafs jede Spektrallinie eine bestimmte Art von einfachem Licht repräsentiert, die eine bestimmte Schwingungszahl hat und daher einem einfachen Ton vergleichbar ist.

Zwei Spektrallinien, die in einiger Entfernung von einander liegen, haben immer verschiedene Wellenlänge, und diese ist, wenn wir das Spektrum zeichnen, wie in Fig. 29, immer am kleinsten für diejenige Linie, die am weitesten nach rechts liegt. Hierbei will ich noch bemerken, dafs gerade für diese scharf bestimmten Lichtarten die Wellenlänge mit einem hohen Grade von Genauigkeit gemessen worden ist. Sie ist für die beiden Natriumlinien 0,00005895 und 0,00005889 cm, für die drei Wasserstofflinien in Fig. 29 0,0000656, 0,0000486 und 0,0000434 cm.

Dafs nun die Atome der Elemente gerade Schwingungen von derjenigen Frequenz machen können, die wir in der Lage ihrer Spektrallinien wiedergespiegelt sehen, mufs natürlich vom Bau, von den Eigenschaften und den Dimensionen dieser kleinen Teilchen abhängen, und es ist ein grofses Problem für die Zukunft, Vorstellungen über die Struktur der Atome zu entwickeln, die von der Lage der Spektrallinien Rechenschaft geben können.

Wenn wir davon auch einstweilen noch weit entfernt sind, können wir doch bereits durch sehr einfache Betrachtungen wichtige Aufschlüsse erreichen. Davon mögen Sie zwei Erscheinungen überzeugen, die wir jetzt noch kurz behandeln wollen.

Die erste ist das Mitschwingen eines Körpers mit einem anderen. Man kann einen Körper, der mit einer — durch die Masse und die zurücktreibende Kraft bestimmten — Schwingungszeit hin und her schwingen kann, durch sehr kleine Kräfte in eine solche Bewegung bringen, wenn man diese Kräfte nur intermittierend wirken läfst, und

zwar so, dafs die Zwischenpausen genau gleich der Schwingungszeit des Körpers sind. Ich gebe z. B. der Kugel eines Pendels einen kleinen Stofs nach rechts, warte dann mit dem zweiten Stofs so lange, bis das Pendel ausgewichen, nach links zurückgekehrt ist und wieder nach rechts geht, und fahre so fort, indem ich jedesmal eine Kraft nach rechts ausübe, wenn die Kugel nach dieser Seite geht. Natürlich verstärke ich dann fortwährend die bereits vorhandene Bewegung, und ich kann auf diese Weise eine viel gröfsere Amplitude erreichen, als wenn ich die Stöfse ohne jede Regelmäfsigkeit oder in anderen Zwischenpausen aufeinander folgen liefse. Anstatt auf die Kugel zu wirken, kann ich auch den Faden in der Hand halten und das obere Ende mit der geeigneten Frequenz ein wenig hin und her bewegen.

Etwas ähnliches geschieht bei diesem Versuch. An demselben Stativ hängen zwei Pendel mit derselben Schwingungszeit, ein grofses, bestehend aus einem Stab mit einem Gewicht, und ein kleines, bestehend aus einer Kugel, die an einem Faden hängt. Versetze ich nun das grofse Pendel in Schwingung, dann sehen Sie alsbald auch das kleine hin und her gehen, eine Folge der kleinen Rucke, die das erste Pendel dem Stativ giebt und die auf den Aufhängungspunkt des Fadens übertragen werden.

Hier sehen wir also das Mitschwingen des einen Pendels mit dem anderen, und dieselbe Erscheinung besteht nun bei zwei tönenden Körpern, vorausgesetzt, dafs sie gleichgestimmt sind. Dann erteilen die Schwingungen des einen, indem sie durch die Luft oder auf andere Weise auf den anderen übertragen werden, diesem Stöfse, die gerade mit der geeigneten Geschwindigkeit aufeinander folgen, um eine merkliche Schwingung des zweiten Körpers hervorzubringen. Sie hören jetzt, wie von diesen zwei gleichgestimmten Stimmgabeln die eine mittönt, wenn die andere angestrichen wird.

Jeder wird wohl schon den Schlufs gezogen haben, dafs diese Betrachtungen auch für die Lichtschwingungen gelten. Wir wollen davon eine Anwendung auf die Absorptionserscheinungen machen. Wann werden die Lichtschwingungen von einem Körper stark absorbiert werden? Wir dürfen vermuten, dafs dies der Fall sein wird, wenn sie von kleinen Teilchen in diesem Körper leicht aufgenommen werden können, und dies wird geschehen, wenn diese Teilchen mit einer Periode schwingen können, die mit der Periode der einfallenden Strahlen übereinstimmt. In einem Gase haben wir nun, wie wir sahen, einen Körper, dessen Teilchen im Stande sind, Schwingungen mit bestimmten Schwingungszeiten auszuführen, und wir können uns zur Vereinfachung ein Gas denken, welches nur eine Schwingungszeit hat und das nur eine Spektrallinie geben würde. Wenn unsere Erwägungen richtig sind, dann wird ein solches Gas gerade Strahlen absorbieren, die dieselbe Frequenz haben wie das Licht, das es selbst ausstrahlt. Wir gehen in unseren Spekulationen noch etwas weiter und

erwarten, dafs ein Gas, welches zwei oder drei oder mehr Lichtarten von bestimmten Wellenlängen ausstrahlen kann, gerade Strahlen von denselben Wellenlängen absorbieren wird.

Wir wollen es dahingestellt sein lassen, ob bei diesen Betrachtungen vielleicht das eine oder andere übersehen worden ist, jedenfalls verdienen sie, dafs wir sie auf die Probe stellen. Sie werden in der That durch die Beobachtung bestätigt. Die vorige Woche haben Sie den Versuch bereits gesehen. Als wir nämlich einen Teil des Kalklichtspektrums betrachteten und eine Natriumflamme zwischen die Lichtquelle und den Spalt stellten, so erschienen an der Stelle, an der die Natriumflamme selbst helle Linien gab, zwei dunkle Linien. Die dunkeln Linien können nur durch eine Absorption erklärt werden, und zwar durch eine Absorption, die so stark ist, dafs die Lichtverminderung, die sie an den beiden Stellen im Spektrum bewirkt, mehr beträgt, als die Intensitätsvermehrung, die die Flamme hier durch ihre eigene Strahlung bewirkt.

Es war nötig, Sie auf diesen merkwürdigen Zusammenhang zwischen der Ausstrahlung und Absorption durch gasförmige Körper aufmerksam zu machen, damit Sie die Bedeutung der Spektra kennen lernen, in denen dunkle Linien vorkommen. Ein derartiges Spektrum ist z. B. das Spektrum des Sonnenlichtes. Beobachtet man es mit einem kleinen Spektroskop, so bemerkt man etwa sieben dunkle Linien, aber mit einem stärkeren Instrument sieht man viele Hunderte, wie Sie aus dieser Photographie eines Teiles des Spektrums ersehen können. Diese Linien fallen sämtlich mit hellen Linien im Spektrum bestimmter Elemente zusammen, ein Umstand, aus dem wir auf ihren Ursprung schliefsen dürfen. Sie können nur durch die Absorption entstanden sein, die das Licht in Dämpfen, die die betreffenden Elemente enthalten, erlitten hat. Aus der Thatsache, dafs im Sonnenspektrum dieselbe dunkle doppelte Linie vorkommt, die wir vorige Woche mit der Natriumflamme erhielten, hat man z. B. geschlossen, dafs in der Sonnenatmosphäre Natriumdampf anwesend ist, der auf das Licht, welches von tieferen Schichten des Himmelskörpers ausgestrahlt wird, eine Absorption ausgeübt hat.

Die andere Erscheinung, die ich hervorheben wollte, besteht in dem Einflufs, den eine Bewegung der Schall- oder Lichtquelle in Bezug auf den Beobachter auf die Anzahl der wahrgenommenen Schwingungen ausübt. Ich bemerkte früher, dafs, wenn ein tönender Körper schwingt, jeder Punkt der umgebenden Luftmasse und auch das Trommelfell eines Beobachters ebenso oft hin und her geht wie die Teilchen der Schallquelle selbst. Aber dabei wurde stillschweigend vorausgesetzt, dafs diese immer in derselben Entfernung vom Beobachter bleibt. Dann müssen zwei gleiche Gleichgewichtsstörungen, die der schwingende Körper mit einer Zwischenpause von einer Schwingungszeit der Luft mitteilt, denselben Weg durchlaufen. Sie werden daher

ebensoviel nacheinander das Trommelfell erreichen, als sie nacheinander hervorgebracht werden.

Dies wird natürlich anders werden, wenn der schwingende Körper zwischen dem Abgang der ersten und der zweiten Gleichgewichtsstörung näher an den Beobachter herangekommen ist. Dann hat die zweite Gleichgewichtsstörung einen kleineren Weg zurückzulegen als die erste. Sie wird daher weniger Zeit brauchen, und die Zwischenzeit zwischen den beiden Augenblicken der Ankunft wird um so viel kleiner werden, als die Ankunft der zweiten Störung durch die Verkürzung des Weges beschleunigt wird. Haben wir es mit einer Schallerscheinung zu thun, so wird das Trommelfell bei Annäherung des schwingenden Körpers öfters nach innen gedrückt werden. Der Ton, den wir wahrnehmen, wird höher sein.

Aus einem ähnlichen Grunde wird der Ton tiefer werden, wenn sich die Schallquelle entfernt.

Sie können diese Veränderungen z. B. an dem Ton der Dampfpfeife einer Lokomotive beobachten, die an Ihnen vorüberfährt. Unmittelbar nach dem Vorüberfahren wird der Ton tiefer.

Wir vertauschen nun in Gedanken den tönenden Körper mit einem Himmelskörper, in dem ein gasförmiger Bestandteil eine bestimmte Art von einfachem Licht ausstrahlt, und das wahrnehmende Ohr mit dem Spektroskop. Durch eine ähnliche Schlufsfolgerung wie soeben überzeugen wir uns, dafs eine Bewegung des Himmelskörpers nach der Erde zu die Anzahl der Schwingungen, die pro Sekunde den Spalt des Instrumentes erreichen, vergröfsern wird, und dafs diese Anzahl verkleinert werden wird, wenn sich der Himmelskörper von uns entfernt. In dem einen Falle wird im Spektroskop dasselbe stattfinden, als ob der Spalt durch Strahlen einer stillstehenden Lichtquelle mit einer etwas gröfseren Schwingungszahl getroffen würde. Dies mufs aber eine Verschiebung der Linie nach der Seite des Violett hin zur Folge haben. Natürlich mufs sich die Linie nach der anderen Seite hin verschieben, wenn sich der Stern von uns entfernt.

Sobald wir wissen, in welchem Verhältnis die Geschwindigkeit des Sterns zu der Geschwindigkeit des Lichtes steht, können wir berechnen, um wie viel sich die Anzahl der Schwingungen ändert, und umgekehrt würde man die Geschwindigkeit des Himmelskörpers berechnen können, wenn es gelänge, diese Veränderung der Anzahl der Schwingungen aus einer Verschiebung der Spektrallinien abzuleiten [1]).

[1]) Nehmen Sie z. B. an, der Stern nähere sich mit einer Geschwindigkeit, die gleich dem tausendsten Teil der Lichtgeschwindigkeit ist. Dann wird er während einer Schwingung um eine Strecke, die gleich dem tausendsten Teil der Wellenlänge ist, näher an uns herankommen, und die zweite Schwingung spart im Vergleich mit der ersten die Zeit, die die erste nötig hatte, um diese kleine Strecke zu durchlaufen. Diese Zeit ist $^1/_{1000}$ Schwingungszeit. Daher wird die Schwingungszeit, die man beobachtet, $^{999}/_{1000}$ der wahren Periode sein.

Dank der Gefälligkeit von Prof. Vogel in Potsdam kann ich Ihnen eine Photographie des Spektrums des Sterns $\alpha$ Tauri auf den Schirm werfen. Sie sehen darin eine Anzahl dunkler Linien, also Absorptionslinien, auf die jedoch die Theorie ebensogut anwendbar ist wie auf helle Linien. Daneben sehen Sie Linien eines Eisenspektrums, welches gleichzeitig mit dem Sternspektrum in demselben Instrument photographiert wurde. Es fällt nun in die Augen, dafs jeder Eisenlinie eine Linie im Sternspektrum entspricht, dafs diese aber stets etwas verschoben ist. Diese Verschiebung ist nach der Seite der gröfseren Wellenlängen hin gerichtet und deutet also an, dafs sich der Stern von uns entfernt. Aus der Messung der Verschiebung hat Prof. Vogel abgeleitet, dafs sich der Stern mit einer Geschwindigkeit von 75 km pro Sekunde von der Erde entfernt.

Mit derartigen Beobachtungen, die besonders deshalb von Wichtigkeit sind, weil die Verschiebung eines Himmelskörpers in der Richtung der Sehlinie in keiner anderen Weise beobachtet werden kann, hat man auf dem astrophysikalischen Observatorium in Potsdam im Jahre 1887 begonnen, und vier Jahre später war bereits von 47 Sternen die Bewegung gemessen. Seitdem ist diese Untersuchung, auch auf anderen Sternwarten, fortgesetzt worden, und man darf jetzt, wie Vogel bemerkt, erwarten, dafs dank dieser Methode im Laufe des neuen Jahrhunderts unsere Kenntnis der Fixsternwelt in ähnlicher Weise erweitert werden wird wie im vorigen Jahrhundert unsere Kenntnis des Sonnensystems.

Ich kann es nicht unterlassen, noch etwas über besonders merkwürdige Ergebnisse zu sagen, zu denen man bei einigen Sternen gekommen ist. Bei dem Stern Algol ändern die Linien fortwährend ihre Lage, und zwar so, dafs sie in einer Periode von beinahe drei Tagen hin und her schwingen. Dies ist nicht anders zu erklären als durch die Annahme, dafs sich der Stern abwechselnd uns nähert und von uns entfernt. Dies ist zu verstehen, wenn man sich vorstellt, dafs er einen Kreis beschreibt, den wir von der Seite sehen. Da man nun die Umlaufszeit kennt und die Geschwindigkeit aus der Verschiebung der Linien ableiten kann, so kann man berechnen, wie grofs der Umfang, folglich auch, wie grofs der Radius des Kreises ist. Dafs man auch mit den besten Fernröhren nichts von dieser Bewegung sieht, ist nicht zu verwundern. Dazu ist der Körper viel zu weit von uns entfernt.

Allein, wie wir wissen, kann kein Körper eine kreisförmige Bahn beschreiben, wenn nicht eine Kraft nach dem Mittelpunkt hin auf ihn wirkt, und deshalb mufs ein anderer Körper vorhanden sein, der den umlaufenden Stern anzieht. Dieser Körper mufs dunkel sein, da er sonst ebenfalls ein Spektrum geben würde, dessen Linien sich nicht in derselben Weise wie die beobachteten verschieben. In der That hat man nun seit langer Zeit bei Algol Veränderungen der Lichtstärke mit

der genannten Periode beobachtet. Man schreibt dieselben jetzt dem Umstande zu, dafs der dunkle Körper während eines jeden Umlaufes einmal vor den hellen Stern zu stehen kommt und diesen unserem Auge teilweise entzieht.

Auf diese Weise hat man bereits auf die Existenz einer Anzahl von Doppelsternen geschlossen. Bei einigen findet nicht nur eine Verschiebung, sondern eine Verdoppelung der Linien statt, in der Weise, dafs die Verdoppelung bis zu einem gewissen Grade zunimmt, dann wieder verschwindet, von neuem entsteht, u. s. w. Auch hier liegt die Erklärung auf der Hand. Zwei Sterne, beide leuchtend, bewegen sich um denselben Mittelpunkt herum, wie es zwei Körper unter dem Einflufs ihrer gegenseitigen Anziehung thun können.

Wenn sich der eine auf uns zu bewegt, entfernt sich der andere, so dafs sich die Linien nach verschiedenen Seiten verschieben, bei ihrer Rückkehr über einander hingehen und dann während kurzer Zeit zusammenfallen. Diese Erklärung wird dadurch bestätigt, dafs zuweilen verschiedene Linien zum Teil nach der einen und zum Teil nach der entgegengesetzten Seite gehen. Die eine Gruppe von Linien gehört dann dem ersten, die andere dem zweiten Himmelskörper an.

---

## V.

## Molekularbewegungen.

Die Lichterscheinungen haben uns zu der Vorstellung geführt, dafs in jedem Raum, der keinen festen, flüssigen oder gasförmigen Körper enthält, doch immer noch das Medium anwesend ist, welches man mit dem Namen Äther bezeichnet. Dieser bleibt übrig, wenn wir den höchsten Grad von Luftverdünnung erreicht haben, den die gegenwärtigen Hülfsmittel ermöglichen, und hat dann, so viel wir wissen, immer gleiche Eigenschaften, dieselben wie der Äther des Weltraumes. So zeigt dieses Medium eine Einförmigkeit, durch die es sich von allen für unsere Sinnesorgane unmittelbar wahrnehmbaren und dabei so verschiedenartigen Körpern auffallend unterscheidet. Es mufs etwas von ganz anderer Art sein.

Um den Unterschied auszudrücken, können wir die gewöhnlichen Körper mit dem Namen „Materie“ bezeichnen, den wir dann nicht auf den Äther anwenden, oder wir können von „wägbarer oder ponderabler Materie“ im Gegensatz zum „unwägbaren“ Äther sprechen. Dieser Sprachgebrauch ist wohl gerechtfertigt, da wir keinen Grund zu

der Annahme haben, dafs der Äther der allgemeinen Schwerkraft unterworfen ist, dafs er „Gewicht“ hat.

In früheren Zeiten nahmen die Physiker die Existenz noch anderer unwägbarer Stoffe, sogenannter Imponderabilien, an. Alte Lehrbücher der Chemie beginnen mit einem Abschnitt über den „Wärmestoff“. Dieser sollte in jedem Körper enthalten sein, und zwar um so mehr, je höher die Temperatur ist. Die Teilchen desselben sollten sich abstofsen, und so sollte er die wohlbekannte Ausdehnung durch die Wärme hervorbringen.

Auf diese Weise konnte man ohne Zweifel vieles erklären, z. B. den Übergang von Wärme bei der Berührung eines warmen und eines kalten Körpers, oder die Wärmeleitung zwischen dem im Feuer stehenden und dem daraus hervorragenden Teil eines Metallstabes. Aber andere Erscheinungen, die wir täglich beobachten, boten grofse Schwierigkeiten, die sich bei näherer Untersuchung als unüberwindlich erwiesen, und daher hat der Wärmestoff unter allgemeiner Zustimmung einer anderen Auffassung das Feld räumen müssen.

Jeder weifs, wie man zwei Körper warm machen kann, indem man sie aneinander reibt oder aufeinander stofsen läfst, wie sich die Achsen eines Eisenbahnwagens warm laufen können, wie sich eine Säge oder ein Hammer beim Gebrauch erhitzt, und niemand würde sagen können, woher in solchen Fällen der Wärmestoff kommt, den die Körper nach dem Erwärmen mehr enthalten als vorher. Dagegen werden Sie es ohne weiteres begreiflich finden, wenn die heutige Naturwissenschaft Ihnen erklärt, dafs man es hier mit der Umsetzung einer sichtbaren Bewegung des ganzen Körpers in eine unsichtbare Bewegung zu thun hat, die von den kleinen Teilchen, den Molekülen, aus denen der Körper besteht, ausgeführt wird.

Es wird Ihnen nicht schwer werden, sich vorzustellen, dafs bei der Reibung die Moleküle durch zahlreiche kleine Stöfse in Bewegung gebracht werden, und Sie werden diese Vorstellung um so natürlicher finden, da wir schon wissen, dafs ein warmer Körper Schwingungen im Äther erregt, was er sicher nicht können würde, wenn er nicht selbst der Sitz einer Bewegung wäre.

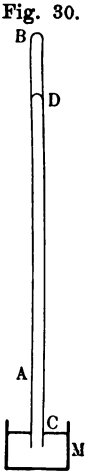
So kommen wir auf das ausgedehnte Gebiet der Molekularbewegungen, aus dem ich heute Abend einiges herausgreifen will. Ich werde dabei ausschliefslich über gasförmige Körper reden, da diese die einfachsten Eigenschaften haben und wir infolgedessen mit ihrer Molekulartheorie am weitesten vorgeschritten sind.

Die am meisten in die Augen fallende Eigenschaft eines Gases ist das unbegrenzte Ausdehnungsvermögen. Wenn wir in einem Cylinder unter einem verschiebbaren Kolben eine gewisse Menge Luft von der Dichtigkeit der atmosphärischen Luft abgeschlossen haben, so können wir den Kolben so weit in die Höhe ziehen, dafs das Volum verzehnfacht oder verhundertfacht wird, und sofort wird sich das Gas

über den ganzen Raum, den wir ihm bieten, ausbreiten. Halten wir den Kolben fest, dann ist die Luft so zu sagen immer noch bestrebt, sich auszudehnen. Sie übt daher nach allen Seiten einen Druck aus. Auch die Luft in diesem Zimmer drückt gegen jede Oberfläche, mit der sie in Berührung ist. Sie drückt dieses Stück Holz ein wenig zusammen, sie drückt von beiden Seiten gegen dieses Blatt Papier, in welcher Richtung ich es auch halte, und sie treibt in einem Rohr, welches mit dem unteren Ende in einem Gefäfs mit Wasser steht, die Flüssigkeit in die Höhe, sobald ich durch Saugen am oberen Ende einen Teil der Luft aus dem Rohr entferne. Und da das Ausdehnungsvermögen niemals ein Ende nimmt, so hört auch der Druck niemals auf, so grofs ich das Volum auch mache. Und wenn ich den Kolben in dem erwähnten Cylinder auf das millionenfache der ursprünglichen Höhe gehoben hätte, so würde immer noch ein gewisser, wenn auch sehr kleiner Druck vorhanden sein.

Die heutige Physik erklärt dies alles durch eine Bewegung der Luftmoleküle. Sie läfst diese nach allen Richtungen hin und her fliegen, mit einer Geschwindigkeit, die um so gröfser ist, eine je höhere Temperatur das Gas hat. Sie läfst dabei die Teilchen wiederholt gegeneinander und auch gegen die Wände eines Gefäfses oder gegen andere begrenzende Gegenstände stofsen, und in dem Bombardement gegen diese letzteren erblickt sie die Ursache des von dem Gase ausgeübten Druckes. Was die Art der Bewegung betrifft, so macht sie die einfachsten Annahmen. Die Gasmoleküle sind so klein, dafs sie vielleicht nur den tausendsten Teil des Raumes wirklich ausfüllen, und sie üben nur bei der Berührung oder unmittelbar vorher merkbare Kräfte aufeinander aus. Zwischen zwei Stöfsen wird daher ein Molekül keiner Kraft unterworfen sein, wenn wir von der Schwerkraft absehen, die bei nicht allzu grofsen Gasmassen eine untergeordnete Rolle spielt. Das Molekül wird daher in gerader Linie fortschreiten. Bei jedem Stofs wird sich jedoch die Richtung der Bewegung ändern, und so macht jedes Teilchen eine unregelmässige Zickzackbewegung.

Fig. 30.




Um nicht bei diesen allgemeinen Betrachtungen stehen zu bleiben, wollen wir berechnen, wie schnell sich die Luftteilchen bewegen müssen, um den beobachteten Druck auszuüben. Wir wollen annehmen, dafs dies der gewöhnliche Atmosphärendruck ist, und wir fragen daher zunächst nach der Gröfse desselben. Das bekannte Barometer giebt uns diesen Druck an. In einem Gefäfs mit Quecksilber $M$ (Fig. 30) steht eine vertikale, oben geschlossene Röhre $AB$, die keine Luft enthält, wovon wir uns überzeugen können, indem wir die Röhre hinreichend neigen. Das Quecksilber füllt sie dann bis oben hin, und geht wieder zurück, wenn wir die Röhre in vertikale Stellung bringen. Beiläufig wollen wir bemerken, dafs nach der

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF

Senkung des Quecksilbers in dem Raum über demselben Äther sein mufs, da sonst das Licht nicht hindurchscheinen könnte, und dafs dieser Äther nicht dahin hätte kommen können, wenn er nicht durch das Glas oder das Quecksilber eindringen könnte.

Allein wir brauchen uns jetzt mit dem Äther nicht weiter zu beschäftigen. Der bleibt heute Abend aus dem Spiel. Es handelt sich jetzt nur darum, sich klar zu machen, wie der Druck der äufseren Luft auf den Quecksilberspiegel *C* die Flüssigkeit in der Röhre in die Höhe treibt, aber nicht weiter als bis an einen bestimmten Punkt *D*, so dafs die Röhre, wenn sie lang genug ist, nicht ganz mit Quecksilber gefüllt ist, sondern über der Flüssigkeit einen luftleeren Raum enthält.

Wie nun der Höhenunterschied der beiden Quecksilberspiegel in der Röhre und im Gefäfse uns ein Mafs für den Luftdruck liefert, ist einleuchtend. Wenn die Atmosphäre nicht wäre, würde das Quecksilber in der Röhre auf dieselbe Höhe hinaufgetrieben werden können, wenn wir die Flüssigkeit in dem Gefäfse auf dasselbe Niveau wie *D* bringen könnten. Daraus schliefsen wir, dafs der Quecksilberspiegel im Gefäfse ebenso stark durch die Luft nach unten gedrückt wird, als es durch eine Quecksilbermasse von einer Höhe, die durch den Punkt *D* angegeben wird, geschehen könnte.

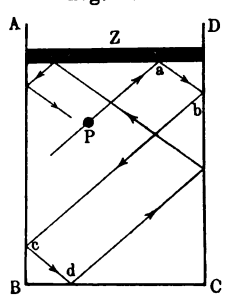
Diese Höhe ist nicht immer dieselbe. Um einen bestimmten Fall vor Augen zu haben, wollen wir annehmen, dafs sie 76 cm sei, und zwar in einem Barometer, welches mit Quecksilber von 0° C. gefüllt ist. Jedes Kubikcentimeter dieses Quecksilbers wiegt 13,6 g.

Und nun können wir das Barometer verlassen und uns vorstellen, dafs über dieser horizontalen Tischplatte eine 76 cm hohe Quecksilberschicht steht. Ueber einem Quadratcentimeter der Oberfläche würden dann 76 ccm stehen, und das Gewicht derselben, also das Gewicht von

$$76 \times 13{,}6 = 1030\,\text{g},$$

würde dieser Teil des Tisches zu tragen haben. Dies müssen wir endlich noch in unserer Krafteinheit Dyn ausdrücken. Da diese der 981. Teil des Gewichtes eines Gramms ist, so ergiebt sich

Fig. 31.




$$1030 \times 981 = 1010000 \text{ Dyn.}$$

So grofs ist nun nicht allein der Druck gegen ein Quadratcentimeter der Tischplatte, sondern gegen jede Oberfläche von dieser Gröfse, und so grofs wird auch der Druck per Quadratcentimeter sein, den die Moleküle gegen den Kolben eines Cylinders *ABCD* (Fig. 31) ausüben, wenn wir diesen mit Luft von der vorausgesetzten Dichtigkeit füllen. Da wir die Geschwindigkeit für eine bestimmte Temperatur berechnen wollen, so wollen wir annehmen, dafs diese 0° C. ist.

Um nun die Berechnung anzuführen, müssen wir uns einige Freiheiten erlauben, die für einen geübten Mathematiker überflüssig sein würden. Zunächst sehen wir von allen gegenseitigen Stöfsen der Moleküle ab. Eine eingehendere Betrachtung lehrt wirklich, dafs diese Zusammenstöfse, wenn nur die Teilchen klein genug sind, keinen Einfluſs auf den Druck gegen die Wände haben, und Sie können dies auch wohl ohne Berechnung einsehen. In der Figur ist z. B. ein Molekül $P$ angedeutet, welches nach dem Kolben hin fliegt und diesen nach einiger Zeit erreichen wird. Dann wird es etwas zu dem Druck gegen den Kolben beitragen. Nun kann es aber auch geschehen, dafs dies Teilchen, ehe es an den Kolben kommt, von einem anderen Teilchen aufgehalten und zurückgeworfen wird. Da es dann nicht gegen den Kolben fliegt, so scheint es für einen Augenblick, dafs infolgedessen der Druck kleiner ausfallen wird. Bedenkt man aber, dafs dasjenige Teilchen, welches von oben herabkam und $P$ anhielt, nun selbst gegen den Kolben zurückgeworfen wird, während es sonst nach dem Boden des Gefäfses weitergegangen wäre, so begreift man, dafs hierdurch die Verminderung des Druckes wieder ausgeglichen werden kann.

Unsere zweite Vereinfachung suchen wir in der Gestalt des Gefäfses. Wir wählen für diese einen Würfel, von welchem der Boden $BC$ die untere und der Kolben $Z$ die obere Grundfläche ist. Eigentlich fliegt nun jedes Molekül auf einer Linie wie $Pabcd$ im Raume hin und her, allein wir wollen annehmen — was wieder durch eine eingehendere Betrachtung gerechtfertigt wird —, dafs es auf dasselbe hinauskommt, als ob ein Drittel der Moleküle in vertikaler Richtung zwischen $BC$ und $Z$ hin und her ginge, das zweite Drittel sich senkrecht zu den Seitenflächen $AB$ und $CD$ bewegte und das letzte Drittel durch eine Bewegung von vorn nach hinten und wieder zurück den Druck gegen die Vorder- und Hinterwand auszuüben hätte.

Wir legen nun endlich unserem Würfel eine Kante von einem Centimeter bei, was wir thun dürfen, da wir ein Gefäfs von willkürlicher Gröfse mit Luft von der angegebenen Dichtigkeit füllen können. Wir haben dann, wie sich durch Wägung der Luft ergeben hat, im ganzen 0,001 293 g, und die Masse der Moleküle, die nach unserer Annahme den Druck gegen den Kolben verursachen, ist ein Drittel davon, d. h. 0,000 431 g. Wir wollen der Kürze halber an Stelle dieser Zahlen $m$ und $^1/_3\,m$ schreiben.

Nehmen Sie nun an, die Geschwindigkeit der Moleküle sei $v$ cm per Sekunde. Dies ist unsere unbekannte Gröfse. Ein Molekül mufs zwischen zwei Stöfsen gegen den Kolben einen Weg von 2 cm zurücklegen, nämlich 1 cm nach unten und dann wieder 1 cm nach oben. Sovielmal dieser Weg in dem per Sekunde zurückgelegten Weg von $v$ cm enthalten ist, so oft wird das Teilchen in der Sekunde gegen den Kolben stofsen. Daher trifft jedes Molekül in der Sekunde $\frac{v}{2}$ mal den Kolben.

Nun müssen wir noch näher betrachten, was bei einem Stofse geschieht, und dabei wollen wir uns vorstellen, dafs die Wand wirklich durch jeden kleinen Stofs eine gewisse Geschwindigkeit bekommt. Wir wollen berechnen, wie sich diese Wirkungen im Laufe einer Sekunde anhäufen, und dann aus der Geschwindigkeit, die der Kolben in der Zeiteinheit bekommt, auf die Gröfse der Kraft schliefsen, die auf ihn einwirkt. Nun hängt natürlich die Bewegung, die dem Kolben erteilt wird, von seiner Masse ab. Wir wollen, um einen bestimmten Fall zu haben, annehmen, dafs diese Masse tausendmal so grofs ist als die Masse des dritten Teiles des im Würfel enthaltenen Gases, d. h. desjenigen Teiles, mit dem wir jetzt zu thun haben.

Ein Molekül wird $^1/_2 v$ mal gegen den Kolben stofsen, und dies ist für alle dieselbe Zahl, wenn die Geschwindigkeiten gleich sind. Wir können uns nun vorstellen, dafs alle Teilchen in demselben Augenblicke gegen die Wand kommen. Dann wird dies also jedesmal die ganze Masse von $^1/_3 m$ g thun.

Beim Stoss müssen wir zwei Perioden unterscheiden. In der ersten wird durch die Kraft, die der Kolben auf die Teilchen ausübt, die Geschwindigkeit vernichtet. Eine Kraft, die dies thun kann, würde den Molekülen, wenn sie ebenso lang in der Richtung der Bewegung wirkte, eine Geschwindigkeit $v$ erteilen. Ferner wissen wir, dafs die Kraft, mit der die Moleküle auf den Kolben wirken, gerade so grofs wie die Wirkung ist, die dieser in entgegengesetzter Richtung auf die Moleküle ausübt. So sehen wir, dafs während des ersten Teils des Stofses auf den Kolben eine Kraft wirkt, die der Masse $^1/_3 m$ die Geschwindigkeit $v$ erteilen kann. Der 1000 mal so grofsen Masse des Kolbens erteilt sie daher eine 1000 mal kleinere Geschwindigkeit, d. h. die Geschwindigkeit $0{,}001\, v$.

Während der zweiten Hälfte des Stofses bekommt jedes Molekül eine Geschwindigkeit $v$, mit der es sich von der Wand entfernt; hieraus folgt durch Anwendung desselben Prinzips wie soeben, dafs auch jetzt wieder dem Kolben eine Geschwindigkeit $0{,}001\, v$ erteilt wird. Durch einen Stofs bekommt er also, alles zusammengenommen, eine Geschwindigkeit $0{,}002\, v$, und da es $^1/_2 v$ Stöfse giebt, so wird die Geschwindigkeit, die das Gas dem Kolben in einer Sekunde erteilt, in Centimetern per Sekunde angegeben durch die Zahl:

$$0{,}002\, v \times {}^1/_2 v = 0{,}001\, v^2.$$

Diese Zahl müssen wir nun mit der Anzahl von Gramm, die in der Masse des Kolbens enthalten sind, multiplizieren, um die Kraft in Dyn zu finden. Da die Anzahl der Gramm $1000 \times {}^1/_3 m$ ist, finden wir für die Kraft:

$$p = 1000 \times {}^1/_3 m \times 0{,}001\, v^2, \text{ oder}$$
$$p = {}^1/_3 m\, v^2 \text{ Dyn.}$$

Wir wollen hierbei noch bemerken, dafs wir dasselbe Resultat bekommen haben würden, wenn wir die Masse des Kolbens 10000 mal

oder millionenmal so grofs als die des dritten Teiles des Gases angenommen hätten. Einer der Faktoren in der Berechnung wäre dann kleiner, aber ein anderer in demselben Verhältnis gröfser geworden.

Die gefundene Zahl stellt den Druck auf ein Quadratcentimeter, die Oberfläche des Kolbens, vor. Aber dieser Druck ist 1010000 Dyn. Also ist:

$$^1/_3 m\, v^2 = 1010000,$$

und da

$$^1/_3 m = 0{,}000431$$

ist,

$$v^2 = \frac{1010000}{0{,}000431} = 2340000000.$$

Die Geschwindigkeit selbst wird also durch die Zahl angegeben, die, mit sich selbst multipliziert, diesen Wert liefert. Sie ist also

$$v = 48000 \text{ cm}$$

per Sekunde. Wir sehen hieraus, dafs wir nicht übertreiben, wenn wir sagen, dafs die Moleküle schnell hin und her fliegen.

Bei der Formel

$$p = ^1/_3 m\, v^2$$

wollen wir noch bemerken, dafs sie uns nicht nur zeigt, wie bei gleicher Dichtigkeit des Gases der Druck um so gröfser ist, je höher die Temperatur ist (weil dann $v$ gröfser wird), sondern auch, dafs der Druck um so gröfser ist, je mehr Gas ein bestimmter Raumteil enthält. Man mufs nämlich unter $m$ die Masse des in einem Kubikcentimeter enthaltenen Gases verstehen.

Ich habe hier in einem tiefen Quecksilbergefäfse eine lange, oben geschlossene Röhre stehen, ähnlich wie die Barometerröhre (Fig. 30) in dem Gefäfse *M*. Allein diese Röhre enthält über dem Quecksilber noch eine gewisse Menge Luft, und infolgedessen steht das Quecksilber tiefer als in der Barometerröhre. Es sind die Luftmoleküle, die, indem sie unablässig gegen den Quecksilberspiegel stofsen, die Flüssigkeit herabdrücken.

Ich kann nun die Röhre tiefer in das Quecksilber hineindrücken. Dadurch drücke ich natürlich die abgeschlossene Luftmenge auf ein kleineres Volum zusammen. Nun werden dieselben Luftmoleküle wie soeben in derselben Zeit öfters gegen das Quecksilber stofsen; Teilchen z. B., die die ganze Länge der Luftsäule zu durchlaufen hatten, werden jetzt, da diese kürzer gemacht ist, in kleineren Zwischenpausen gegen die Flüssigkeit stofsen. In der That sehen Sie, wenn ich die Röhre nach unten bewege, den Quecksilberspiegel mitgehen, wenn auch um eine kleinere Strecke. Wie es nun kommt, dafs beim Heben der Röhre der Luftdruck darin kleiner wird und also das Quecksilber steigt, brauche ich nicht mehr zu sagen.

Während ich die Röhre auf derselben Höhe halte, kann ich das

Quecksilber dadurch zum Sinken bringen, dafs ich, wie ich jetzt thue, die Luft erwärme. Die schnelle Bewegung der Teilchen in der Flamme, eine Folge des bei der Verbrennung des Leuchtgases vor sich gehenden chemischen Prozesses, wird den Molekülen der äufsersten Schicht der Glaswand mitgeteilt. Dann leitet das Glas die Wärme nach innen, d. h. die äufseren Teilchen teilen ihre stärker gewordene Molekularbewegung den inneren mit. Endlich nimmt auch die Geschwindigkeit der Bewegung der Luftmoleküle zu, was ein Sinken des Quecksilberspiegels zur Folge hat.

Die Vorstellung einer so schnellen Bewegung der Moleküle, wie wir sie soeben aus der Theorie abgeleitet haben, hat sicher auf den ersten Blick etwas befremdendes, allein die Theorie hat alle Bedenken, die man geltend gemacht hat, glänzend überwunden. Bei dem Einwand, dafs man die Bewegung nicht sieht und nicht fühlt, brauche ich mich kaum aufzuhalten. Sie ist unsichtbar, weil die Moleküle nicht einzeln wahrnehmbar sind. Und was das Fühlen betrifft, ja wir können die Molekularbewegung eigentlich gerade so gut fühlen wie den Wind. Auch diesen nehmen wir durch den Druck wahr, den er auf uns ausübt, und die beiden Fälle sind wirklich gar nicht so sehr verschieden. Der Unterschied ist aber der, dafs die Moleküle von nicht fortströmender Luft einen nach allen Richtungen gleichen Druck ausüben. Aufserdem herrscht in allen Flüssigkeiten und Gasen, die unser Körper enthält, derselbe Druck wie in der äufseren Luft.

Bevor wir weitergehen, wollen wir noch bemerken, dafs in einer strömenden Luftmasse zweierlei Bewegungen stattfinden, nämlich die unsichtbare, nach allen Seiten hin gerichtete Molekularbewegung und die Bewegung des Gases im ganzen. Man kann es auch so ausdrücken, dafs in einem stillstehenden Gase die Moleküle gleichmäfsig nach allen Richtungen gehen, während in einem strömenden Gase eine bestimmte Bewegungsrichtung vorherrscht.

Ein Bedenken, welches ernst erscheinen kann, ist das folgende. Wenn sich die Gasmoleküle mit Geschwindigkeiten von Hunderten von Metern in der Sekunde bewegen, so würden sie in sehr kurzer Zeit dieses Zimmer durchfliegen können, und man könnte erwarten, dafs eine unaufhörliche, sehr schnelle Vermengung der verschiedenen Luftschichten eintreten müfste. In Wirklichkeit findet eine solche Vermengung allerdings statt, aber sie vollzieht sich ziemlich langsam. Wenn die Luft in diesem Saale nicht durch die Temperaturunterschiede in zu starke Cirkulation versetzt wird, kann es ziemlich lange dauern, bevor man auf der einen Seite ein an seinem Geruche kenntliches Gas wahrnimmt, welches auf der anderen Seite entwickelt wird. Wie ist dies mit einer schnellen Bewegung der Moleküle in Einklang zu bringen, und wie ist es zu erklären, dafs ein schweres Gas, wie z. B. die Kohlensäure, eine merkliche Zeit in einem offenen Glase stehen bleiben oder auf dem Boden einer Grotte angesammelt bleiben kann,

während die Moleküle Geschwindigkeiten besitzen, mit denen sie der Schwerkraft entgegen Tausende von Metern in die Höhe steigen könnten?

Die Theorie widerlegt diese Bedenken dadurch, dafs sie die gegenseitigen Stöfse der Teilchen zu Hülfe ruft. Sie müssen sich die Sache so vorstellen, dafs in allen gewöhnlichen Fällen ein Molekül zwar eine grofse Geschwindigkeit hat, aber damit nicht weit kommt. Immer und immer wieder stöfst es gegen ein anderes Molekül und durchläuft eine Zickzacklinie mit sehr kurzen Seiten. Wenn es im ganzen einen Kilometer zurückgelegt hat, hat es sich vielleicht noch keinen Millimeter von dem Ausgangspunkte entfernt.

Es ist gelungen, auch diese verwickelten Bewegungserscheinungen mathematisch zu behandeln, und man hat gerade aus der Geschwindigkeit, mit der sich zwei Gase vermischen, die Länge des Weges ableiten können, den ein Molekül zwischen zwei Zusammenstöfsen durchläuft.

Bei Luft von der Temperatur und der Dichtigkeit, die sie hier in diesem Zimmer hat, ist die Länge dieses Weges im Durchschnitt 0,00001 cm. Dafs hier nur von der Bestimmung einer mittleren Länge die Rede sein kann, ist einleuchtend. Die Bewegungen der zahllosen Moleküle sind sehr unregelmäfsig, und die Bedingungen für ein ungestörtes Fortschreiten zwischen den benachbarten Molekülen sind für das eine Teilchen günstiger als für das andere. Im allgemeinen haben wir in der Theorie der Gase mit Durchschnittszahlen zu rechnen, und auch die Zahl, welche wir für die Geschwindigkeit gefunden haben, müssen Sie nicht so auffassen, als ob nun alle Moleküle genau diese Geschwindigkeit hätten. Sobald zwei Teilchen gegeneinanderfliegen und wie elastische Kugeln zurückgeworfen werden, wird in den meisten Fällen eine Verschiedenheit in der Geschwindigkeit entstehen, auch wenn vorher eine solche noch nicht vorhanden war, und es ist sehr gut möglich, dafs einige von den Teilchen durch eine Reihe günstiger Zusammenstöfse eine Geschwindigkeit bekommen haben, die das doppelte oder selbst das zehnfache der mittleren Geschwindigkeit ist, die wir berechnet haben. Aber natürlich ist es nur ein kleiner Teil der Gesamtzahl, die so bevorzugt ist.

Wenn ich Ihnen nun noch sage, dafs man auf Grund von Erscheinungen, die ich hier nicht erörtern kann, nach einer ziemlich genauen Schätzung die Anzahl der Moleküle in einem Kubikcentimeter der uns umgebenden Luft durch eine siebzehnstellige Zahl ausdrücken kann, so haben Sie ein ziemlich gutes Bild von der Wirklichkeit bekommen. Sie sehen nun auch, dafs wir bei der Betrachtung der Fortpflanzung des Schalles mit seinen Verdichtungen und Verdünnungen sehr gut die Menge Luft, die in einem Kubikmillimeter enthalten ist, ins Auge fassen und die Schwingungen, die sie macht, sowie die Dichtigkeitsveränderungen, die sie von Augenblick zu Augenblick erleidet, verfolgen

können. Wir brauchen nicht zu befürchten, dafs die kleine Menge, auf die wir unsere Aufmerksamkeit richten, uns unter den Händen entwischt und in einem Augenblicke nach allen Richtungen hin zerstreut ist. Es dringen wohl Teilchen von aufsen her ein, aber nur, wie wir gesehen haben, bis zu einer Tiefe von 0,00001 cm. Die meisten dieser Teilchen werden dann wieder zurückgeworfen. Ebenso werden bei weitem die meisten von denen, die aus dem Kubikmillimeter entweichen wollen, alsbald wieder nach innen zurückgeworfen werden. Gerade infolge der gegenseitigen Zusammenstöfse bleiben daher die Teilchen eine geraume Zeit bei einander, und die kleine Menge behält ihre Individualität. Sie nimmt von aufsen so gut wie keine neuen Bestandteile auf, sie kann, während ihre Teilchen schnell hin und her fliegen, sich aufserdem im ganzen ein wenig hin und her bewegen und dabei, bald mehr, bald weniger durch das Bombardement der Teilchen aus ihrer Umgebung zusammengedrückt, ihre Dichtigkeit ändern.

Derartige kleine Luftmassen, die noch aus unzählig vielen Molekülen bestehen, und nicht die einzelnen Moleküle, hatten wir im Auge, als wir über die Fortpflanzung des Schalles handelten.

Ich will Sie nun mit drei Erscheinungen bekannt machen, die besonders geeignet sind, Sie noch mehr von der Richtigkeit der Theorie, die ich Ihnen vorgetragen habe, zu überzeugen. Um die erste zu erläutern, habe ich hier nebeneinander eine grofse und eine kleine Elfenbeinkugel an Fäden aufgehängt. Die kleine soll ein Gasmolekül vorstellen, und die grofse einen Kolben, gegen den es stöfst. Halte ich die grofse Kugel fest und lasse die kleine mit einer gewissen Geschwindigkeit gegen sie fallen, so kehrt diese mit derselben Geschwindigkeit zurück, und dies ist auch noch annähernd der Fall, wenn die grofse Kugel, ohne gerade festgehalten zu werden, vor dem Stofse in Ruhe ist. Die Sache wird anders, wenn im Augenblicke des Stofses die grofse Kugel eine gewisse Geschwindigkeit hat, mit der sie der anderen entgegenkommt. Sie sehen, wie diese dann auf eine gröfsere Höhe zurückspringt als die, aus der ich sie herabfallen liefs. Weicht dagegen die grofse Kugel *vor* dem Stofse zurück, dann wird die Geschwindigkeit der kleinen nach dem Stofse kleiner sein, als sie ursprünglich war.

Wir wenden beides auf den früher betrachteten, mit einem Gas gefüllten und durch einen Kolben verschlossenen Cylinder an. Stellen Sie sich vor, ich treibe den Kolben nach innen. Jedes Molekül, das gegen ihn stöfst, kehrt dann mit einer etwas gröfseren Geschwindigkeit zurück und die mittlere Geschwindigkeit der Gasteilchen mufs infolgedessen zunehmen. Wenn nämlich eine gewisse Anzahl von Molekülen eine gesteigerte Bewegung bekommen hat, so geht diese bei den gegenseitigen Stöfsen nicht verloren, sondern sie wird dabei auf die Gesamtanzahl verteilt.

Eine gröfsere Geschwindigkeit der Molekularbewegung bedeutet aber einen höheren Wärmegrad. Es ist also zu erwarten, dafs die Zusammendrückung des Gases ein Steigen der Temperatur zur Folge hat. Eine ähnliche Schlufsfolgerung lehrt uns, dafs eine Ausdehnung des Gases von einer Abkühlung begleitet sein mufs.

Diese Temperaturveränderungen sind in der That seit langer Zeit bekannt, und können leicht beobachtet werden, wenn wir nur dafür sorgen, dafs in dem einen Falle die erhöhte Molekularbewegung nicht in zu hohem Mafse an die Wände des Gefäfses und an die weiteren umgebenden Körper abgegeben wird, und dafs in dem anderen Falle der Wärmeverlust nicht durch Zufuhr von Molekularbewegung von aufsen ausgeglichen wird. Das einfachste Mittel, dies zu vermeiden, besteht darin, dafs wir die Volumveränderungen schnell eintreten lassen. Dann ist keine Zeit für einen merkbaren Austausch von Wärme mit der Gefäfswand vorhanden. Dafs die bewegliche Wand gerade ein Kolben in einem Cylinder ist, ist nicht nötig. Wenn ich das Quecksilber in der Röhre, die wir soeben benutzt haben, schnell hätte fallen lassen, würde die Temperatur der abgesperrten Luft ebenso gut erniedrigt worden sein. Ebensowenig bleiben diese Erscheinungen aus, wenn irgendwo in einer ausgedehnten Luftmasse eine lokale Verdichtung oder Verdünnung entsteht.

Wir haben bereits besprochen, wie infolge des kurzen Weges zwischen zwei Stöfsen eine Luftmasse die Moleküle einer anstofsenden Luftmasse zurückwerfen und daher dieselbe Rolle spielen kann wie der Kolben in unserem Cylinder. Soll nun das Volum eines Teiles einer Luftmasse kleiner werden, so müssen sich offenbar die benachbarten Luftschichten zusammenschieben, und dann werden die Moleküle jenes Teiles durch die Zurückwerfung an diesen Schichten gröfsere Geschwindigkeit bekommen.

Die Temperaturerhöhung durch Zusammendrückung kann man durch das sogenannte „pneumatische Feuerzeug“ zeigen, eine starke Glasröhre, die an dem einen Ende geschlossen ist und in die ein Kolben plötzlich hineingedrückt wird. Man bemerkt die Erwärmung an der Entzündung von etwas Schwefelkohlenstoffdampf, den man in die Luft gebracht hat.

Um das Gegenstück von dieser Erscheinung zu zeigen, habe ich diese Glasglocke mit feuchter Luft gefüllt. Sobald ich nun die Glocke mit einem Raume in Verbindung setze, der mit verdünnter Luft gefüllt ist, so bemerkt man einen Nebel, und dieser ist der Beweis, dafs eine Abkühlung stattfindet. Dies alles läfst sich auch wieder berechnen, und man findet z. B., dafs, wenn Luft von 15° plötzlich auf den fünften Teil des ursprünglichen Volums zusammengedrückt wird, die Temperatur auf 280° C. steigt. Kein Wunder, dafs eine Erscheinung, die in solchem Mafse auftritt, in der Praxis und in der Natur eine wichtige Rolle spielen kann. Wir müssen z. B. damit rechnen, wenn wir die Temperaturverteilung in der Atmosphäre betrachten wollen. In dieser ist fortwährend eine stärkere oder schwächere Luftströmung, nicht nur in

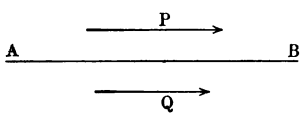
horizontaler, sondern auch hier und da in aufsteigender und absteigender Richtung. Wollte man nun annehmen, dafs infolge dieser Bewegung die Temperatur überall dieselbe werden müsse, ähnlich wie in einer Wassermasse, die durcheinandergerührt wird, so würde man sich sehr irren. Eine aufsteigende Luftmasse kommt unter niedrigeren Druck, sie dehnt sich daher aus und mufs sich also abkühlen, während eine absteigende Luftmenge zusammengedrückt wird und sich infolgedessen erwärmt. Wenn aber das Durcheinanderrühren so vor sich geht, dafs der Stoff nicht sinken kann, ohne sich zu erwärmen, und nicht steigen, ohne sich abzukühlen, so mufs das Resultat sein, dafs die Temperatur keineswegs überall gleich wird, sondern von unten nach oben abnimmt. Der bekannte Temperaturunterschied zwischen den verschiedenen Schichten der Atmosphäre ist thatsächlich annähernd so grofs, wie es dieser Betrachtung entspricht.

Unsere zweite Erscheinung ist die sogenannte innere Reibung eines Gases. Wir wissen, dafs ein Holzblock, den ich über den Tisch fortschiebe, von diesem eine Reibungskraft erleidet, die sich der Bewegung widersetzt, und dafs er selbst den Tisch mit gleicher Kraft fortzuziehen strebt. Etwas Ähnliches findet statt, wenn zwei Schichten einer Flüssigkeit oder eines Gases sich parallel der Fläche, welche sie trennt, mit ungleicher Geschwindigkeit bewegen. Es findet dann zwischen beiden eine Wirkung statt, die den Unterschied der Geschwindigkeit auszugleichen strebt, die also auf die eine Schicht einen verzögernden und auf die andere einen beschleunigenden Einfluſs hat.

Bei gasförmigen Körpern erklären wir dies in einer sehr eigenartigen Weise.

Wir brauchen nämlich eine wirkliche Kraft zwischen den beiden Teilen des Gases überhaupt nicht anzunehmen. Es genügt vielmehr, wenn wir unsere Aufmerksamkeit auf die Bewegung der Moleküle richten. Es findet ein fortwährender Austausch von Teilchen durch die Ebene $AB$ (Fig. 32) statt, und in der Schicht $Q$ werden Moleküle, die an der langsamen Strömung dieser Schicht teilnahmen, durch andere ersetzt werden, die, von $P$ kommend, eine gröfsere Geschwindigkeit nach rechts haben. Natürlich wird dabei die Geschwindigkeit, die $Q$ im ganzen nach rechts zeigt und die wir direkt wahrnehmen, zunehmen müssen. Was vor sich geht, können wir kurz als eine Vermengung der Schichten von ungleicher Geschwindigkeit bezeichnen, und obschon sich diese aus dem angeführten Grunde ziemlich langsam vollzieht, so läfst sich durch Berechnung doch zeigen, dafs sie zur Erklärung der Beobachtungen hinreicht.

Fig. 32.




Diese Beobachtungen können in vielerlei Weise gemacht werden. Ich will nur bemerken, dafs durch die innere Reibung eine aus einem festen Stoff bestehende Platte, die in ihrer eigenen Ebene fortbewegt

wird, eine andere, die in einiger Entfernung der ersten parallel aufgestellt ist, mit sich fortziehen kann. Die Platte nimmt nämlich zuerst die Luft in ihrer unmittelbaren Nähe mit. Diese Schicht überträgt dann durch Austausch der Moleküle die Bewegung auf eine folgende, diese auf eine dritte, u. s. w., bis schliefslich die zweite Platte durch die anstofsende Luftschicht mitgeführt wird.

Ich kann die Erscheinung mit Hülfe zweier horizontaler runder Glimmerblättchen zeigen, die in derselben Weise wie Kompafsnadeln auf Stiften schweben und sich in ihrer eigenen Ebene drehen können. Sie befinden sich hier unter dieser Glasglocke, mit den Mittelpunkten übereinander, und ich kann mit Hülfe eines Magneten die untere Scheibe, an der ein paar magnetisierte Stahlnadeln befestigt sind, in Drehung versetzen. Die obere wird dann mitgeführt, wie Sie an dem Bilde auf dem Schirm sehen können.

Es fragt sich nun, welchen Einfluſs eine Verdünnung der Luft unter der Glocke auf diese Erscheinung, d. h. also auf die innere Reibung haben wird. Natürlich wird dabei die Anzahl der Teilchen, die in einer bestimmten Zeit durch eine Fläche wie $AB$ in Fig. 32 gehen, kleiner, was an und für sich dazu führen würde, die Übertragung von Bewegung zu vermindern. Doch dem steht etwas anderes gegenüber. Bei dem Versuch mit unseren Scheiben ändert sich natürlich die Geschwindigkeit der horizontalen Luftschichten allmählich von unten nach oben, und so etwas können wir uns auch in Fig. 32 denken. Die Übertragung von Bewegung durch die Fläche hindurch wird nun offenbar nicht nur von der Anzahl der Teilchen abhängen, die daran teilnehmen. Es kommt auch darauf an, aus welchen Schichten oberhalb und unterhalb $AB$ sie stammen. Aus einer je höheren Schicht die nach unten gehenden Moleküle kommen, desto mehr nach rechts gerichtete Bewegung werden sie nach unten übertragen.

Die Teilchen haben nun an der strömenden Bewegung derjenigen Schicht teilgenommen, in der sie ihren letzten Stofs bekommen haben, und diese Schicht liegt durchschnittlich um so weiter von $AB$ entfernt, je verdünnter das Gas ist. Dann hat ein Molekül natürlich mehr Aussicht, durch die anderen hindurch weiter vorzudringen. Dieser zweite Einfluſs der Verdünnung wiegt nun, wie eine gründliche Berechnung lehrt, gerade die Verminderung der Anzahl der durch die Fläche gehenden Teilchen auf, und die innere Reibung bleibt dieselbe, auch wenn man die Dichtigkeit beträchtlich vermindert. Diese ist jetzt vermittelst der Luftpumpe auf ungefähr ein Fünftel des ursprünglichen Betrages vermindert, und doch kann ich noch ebenso gut die eine Scheibe durch die andere in Bewegung setzen [1]).

[1]) Bei fortschreitender Verdünnung kommt man endlich so weit, daſs die Moleküle ungestört von der einen Scheibe nach der anderen gehen. Wenn dann die Dichtigkeit noch mehr abnimmt, wird die Übertragung der Bewegung von der einen Scheibe auf die andere geringer.

Ich bin hierbei etwas ausführlich gewesen, weil diese Unabhängigkeit der inneren Reibung von der Dichtigkeit meines Erachtens in keiner anderen Weise als mit Hülfe der Molekularbewegung erklärt werden kann. Sie ist auch bemerkenswert als etwas, was von der Theorie vorausgesagt worden ist, noch ehe man es beobachtet hatte.

Die dritte Erscheinung kann ich Ihnen nicht vorführen, da sie erst bei feinen Untersuchungen über die Spektrallinien leuchtender Gase zum Vorschein gekommen ist. Eine solche Linie hat immer eine bestimmte Breite, die zum Teil der Weite des Spaltes und gewissen Unvollkommenheiten des Spektroskops zugeschrieben werden mufs, die aber zum Teil auch der Lichtquelle eigen ist. Vergröfserung der Dichtigkeit des leuchtenden Gases bewirkt z. B. aus Gründen, auf die hier nicht näher eingegangen werden kann, dafs die Linien breiter werden. Michelson hat es nun vermittelst einer scharfsinnigen indirekten Methode, die auf dem Studium von Interferenzerscheinungen beruht, zu untersuchen verstanden, inwieweit die Verbreiterung der Linien auf Rechnung der verschiedenen Ursachen gesetzt werden kann. Er erkannte, dafs ein sehr verdünntes Gas, wenn man dessen Spektrum mit einem vollkommenen Apparat untersuchte, immer noch Linien von einer gewissen sehr geringen Breite geben würde, und dies erklärt er aus der Bewegung der Moleküle. Ein solches Teilchen strahlt infolge seiner Schwingungen Licht aus und fliegt, während es dies thut, fort. Das letztere thun die Teilchen nach allen Richtungen. Einige von ihnen werden sich daher auf den Beobachter zu, andere von ihm hinweg bewegen. Und wenn wir nun die Betrachtung anwenden, mit der wir vorige Woche schlossen, so sehen wir ein, dafs zwar die Teilchen, die sich nicht auf uns zu oder von uns hinweg bewegen, die Linien an ihrem wahren Platz geben, dafs aber die Streifen, die durch die anderen hervorgebracht werden, ein wenig nach rechts oder links verschoben werden. Da nun die Verschiebung wegen der Verschiedenheit der Geschwindigkeiten allerlei Gröfse haben kann, so mufs das Resultat ein Streifen von einer gewissen Breite sein. Den Betrag derselben fand Michelson in Übereinstimmung mit dem, was wir über die Geschwindigkeit der Moleküle wissen, und es scheint mir denn auch, dafs die Richtigkeit dieser Erklärung nicht zu bezweifeln ist.

Wenn ich mich hierin nicht irre, so hat uns Michelson einen direkten Beweis für die Bewegung der Gasmoleküle geliefert, der merkwürdigerweise von derselben Art ist wie der Beweis, den uns die Sternspektra von der Bewegung der Himmelskörper geben.

Was wir nun besprochen haben, ist der Natur der Sache nach nur ein ganz kleiner Teil der Molekulartheorien. Wenn es die Zeit erlaubte, so würde ich gern Ihre Aufmerksamkeit auf die Verschiedenheit der Geschwindigkeiten in dem einen und dem anderen Gas gelenkt haben, sowie auf den oft verwickelten Bau der Moleküle, die fast immer aus

einer gröfseren oder kleineren Anzahl von Atomen, den kleinsten Teilchen der chemischen Grundstoffe, bestehen. Ich hätte Ihnen dann auseinandersetzen können, wie ein Molekül, während es als Ganzes fortfliegt, eine innere Bewegung der Atome, aus denen es besteht, haben kann, als wäre es ein Planetensystem im kleinen, allerdings ohne einen Centralkörper, der mit der Sonne verglichen werden könnte. Wir müssen dies alles jedoch ruhen lassen, auch werfen wir nur von ferne einen Blick auf den inneren Zustand der Flüssigkeiten, das Gebiet, auf dem Prof. van der Waals den Physikern unserer Tage den Weg gezeigt hat. Ich will nur sagen, dafs hier die Anziehung, welche die Moleküle in sehr kleinen Entfernungen aufeinander ausüben, in hohem Grade in den Vordergrund tritt. Sie ist es, die die Teilchen trotz der Bewegung, die sie noch immer haben, in einem Raume zusammenhält, der nicht mehr, wie bei den Gasen, viel gröfser ist als das Gesamtvolum der Moleküle selbst. Die Zwischenräume sind jetzt mit den Dimensionen vergleichbar.

Mit festen Körpern endlich verhält es sich wieder ganz anders. Wir müssen uns auch hier die Teilchen ganz voneinander getrennt vorstellen, aber die Molekularkräfte sind feste Bande geworden. Anziehungen und wohl auch Abstofsungen weisen jedem Teilchen eine bestimmte Gleichgewichtslage an, um die es beim Erwärmen immer stärker hin und her schwingt und aus der wir es durch äufsere Kräfte, die den Körper deformieren, ein wenig verschieben. Vielleicht zeigt es sich einmal, dafs alle Molekularwirkungen die Folge des Zustandes des Äthers in den kleinen Zwischenräumen sind. Wenn dies so ist, dann wird ein über eine Brücke fahrender Eisenbahnzug schliefslich durch Spannungen im Äther getragen, durch die die Eisenteilchen wie durch elastische Bänder untereinander verbunden sind.

---

## VI.

## Elektrische Erscheinungen.

Man würde von den Ideen der heutigen Physik und von der Arbeit und dem Streben der Forscher auf ihrem Gebiete eine sehr unvollkommene Vorstellung bekommen, wenn die elektrischen Erscheinungen mit Stillschweigen übergangen würden. Ich habe daher geglaubt, Sie diesen Abend zu einer Betrachtung derselben einladen zu sollen, obgleich ich mir dabei, noch mehr als bei den vorigen Gegenständen, der Schwierigkeit bewufst bin, die in dem grofsen Umfange des Stoffes

liegt. Glücklicherweise kann ich mich durch eine Theorie leiten lassen, die in ihren Hauptzügen leicht von jedermann verstanden werden kann, und die es uns ermöglichen wird, in einer kurzen Darstellung viel zusammenzufassen.

Ich darf wohl als bekannt voraussetzen, dafs es zwei entgegengesetzte elektrische Zustände giebt, die wir als den positiv elektrischen und den negativ elektrischen unterscheiden. Ich erinnerte Sie bereits früher an die Thatsache, dafs zwei Stücke Glas, die beide mit einem seidenen Lappen gerieben worden sind, die Eigenschaft bekommen haben, einander abzustofsen, und dafs ein solcher Stab von einer Siegellackstange, die wir mit einem Katzenfell gerieben haben, angezogen wird. Zwei Siegellackstangen, die beide in der genannten Weise behandelt sind, stofsen sich gegenseitig ab. Dies alles können wir auf einfache Weise ausdrücken, wenn wir das geriebene Glas positiv elektrisch und den geriebenen Siegellack negativ elektrisch nennen. Wir erhalten dann die Regel, dafs zwei positiv elektrisierte oder, wie man auch oft sagt, positiv geladene Körper einander abstofsen, ebenso zwei negativ geladene Körper, während ein positiv geladener und ein negativ geladener sich gegenseitig anziehen, oder noch kürzer, zwei gleichnamig elektrisierte Körper stofsen sich ab, ungleichnamig oder entgegengesetzt elektrisierte Körper ziehen sich an. Die Regel gilt nicht nur für Glas und Siegellack. Wir können zahlreiche andere Körper in den elektrischen Zustand versetzen, und finden dann, dafs sie immer dieselbe Wirkung wie das Glas oder dieselbe Wirkung wie der Siegellack ausüben. Ein dritter Fall kommt nicht vor. Nennen wir nun jeden Körper, der dieselben Eigenschaften zeigt wie das geriebene Glas, positiv, und jeden, der ebenso wirkt wie der Siegellack, negativ, dann gilt die Regel allgemein.

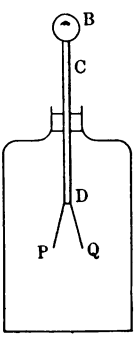
Was uns nun bei Versuchen mit allerlei Körpern besonders auffällt, ist dies, dafs, wenn von zwei Körpern, die aneinander gerieben werden, der eine eine elektrische Ladung bekommt, auch der andere eine solche erhält, und dafs die beiden Ladungen stets von entgegengesetzter Art sind. Dies hat zu der Vorstellung geführt, dafs die positiven und die negativen Ladungen in der einen oder anderen Weise bereits vorher in den Körpern vorhanden waren, aber sich gegenseitig neutralisierten, und dafs sie durch die Reibung voneinander geschieden wurden. Und so ist man zu der Theorie gekommen, die uns als Leitfaden dienen soll.

Über das eigentliche Wesen einer elektrischen Ladung wollen wir uns nicht auslassen, aber wir wollen uns vorstellen, dafs in aller Materie äufserst kleine Teilchen anwesend sind, von denen die eine Hälfte eine unveränderliche positive und die andere Hälfte eine fortdauernde negative Ladung hat. Wir stellen uns also vor, dass, wenn wir mit diesen Teilchen einzeln hantieren könnten, wir dabei, sehr im kleinen, dieselben Erscheinungen beobachten würden wie bei unseren

Glas- und Siegellackstangen. „Sehr im kleinen", darf ich mit Recht hinzufügen, denn wir müssen uns von vornherein denken, dafs dies die allerkleinsten Teilchen sind, mit denen wir es je in der Naturwissenschaft zu thun haben, dafs sie sogar von den Atomen an Gröfse übertroffen werden, wofür wir weiterhin noch einen Grund kennen lernen werden. Die positiv und negativ geladenen Körperchen bezeichnen wir mit dem Namen Elektronen, und wir legen ihnen eine so allgemeine Verbreitung bei, dafs kein Teilchen der wägbaren Materie davon frei ist, sondern dafs sie jeder Körper in zahlloser Menge enthält, wohl zu verstehen so, dafs in jedem Gegenstand, von dem wir keine elektrischen Wirkungen ausgehen sehen, positive und negative Elektronen in gleicher Menge anwesend sind. Den Äther dagegen wollen wir nicht mit Elektronen bevölkern. Dieses ist das Medium, welches für alle Wirkungen zwischen den geladenen Teilchen zu sorgen hat, dem aber selbst eine andere Beschaffenheit zugeschrieben werden mufs.

Mit diesen Vorstellungen ausgerüstet führen wir einige Versuche aus. Dazu benutzen wir ein einfaches Instrument, das Goldblattelektroskop. Durch den Stopfen einer Glasflasche (Fig. 33) ist ein Metallstab $CD$ gesteckt, der an seinem oberen Ende mit einem Knopf $B$ versehen ist und an seinem unteren Ende zwei sehr dünne Goldblättchen $P$ und $Q$ trägt. Diese hängen erst vertikal nach unten, aber sie stofsen sich gegenseitig ab, sobald sie beide elektrische Ladungen von demselben Zeichen bekommen haben. Der Ausschlag der Blättchen, den wir in einem Bilde des Instrumentes an der Wand sehen, ist uns ein Beweis für den elektrischen Zustand.

Fig. 33.




Ich beginne nun damit, den Metallknopf mit diesem Glasstabe zu reiben, und Sie sehen einen Ausschlag entstehen. Die Ladung, welche wir hier in dem Instrument erregt haben, ist eine negative. Der Metallstab mit dem Knopf und den Goldblättchen hat also einen Überschufs von negativen Elektronen bekommen, entweder dadurch, dafs diese aus dem Glasstabe auf das Metall übergegangen sind, oder dadurch, dafs die positiven Elektronen, durch die zuerst ihre Wirkung neutralisiert wurde, sich nach jenem Stabe begeben haben, vielleicht auch durch beide Ursachen zugleich. Hierüber kann natürlich der Versuch nicht entscheiden.

Was wir aber wohl aus demselben lernen können, ist dies, dafs die Ladung, die in der Kugel $B$ erregt worden ist, sich über den Stab nach den Goldblättchen hin ausbreitet. Dazu sind zwei Dinge nötig. Erstens müssen sich die Elektronen frei durch das Metall verschieben können, und zweitens mufs eine Kraft vorhanden sein, die sie zum Teil aus $B$ nach $D$ und den Goldblättchen treibt. Das erste drücken wir dadurch aus, dafs wir das Metall als einen Leiter der Elektricität

bezeichnen. Und was die Kraft betrifft, so ist sie in der gegenseitigen Abstofsung der negativen Elektronen zu suchen, die zuerst im Knopf im Überschufs anwesend sind. Es ist begreiflich, dafs sie sich so weit als möglich voneinander zu entfernen streben, und dafs also, während ein Teil derselben im Knopf bleibt, ein anderer Teil die Goldblättchen aufsucht und diese auseinandertreibt. Eine etwas andere Auffassung werden wir alsbald kennen lernen.

Hier sahen wir die Fortleitung einer elektrischen Ladung nur über einen kurzen Weg vor sich gehen. Wir können aber auch mit viel gröfseren Entfernungen operieren. Ich verbinde jetzt den Knopf durch einen Metalldraht mit diesem Körper aus Messing, der auf einem Glasfufs befestigt ist, und ich bekomme dieselbe Wirkung wie soeben, wenn ich anstatt den Knopf des Instrumentes diesen Körper mit dem Glase reibe oder mit einem Katzenfell schlage. Und ich hätte bei diesem Versuch, wenn es nur der Raum zuliefse, den Metalldraht viel länger nehmen können. Stets breitet sich eine Ladung soweit aus, als es die Leiter, die sie erreichen kann, zulassen.

Sehr weit kann sie sich ausbreiten, wenn ich das Elektroskop durch einen leitenden Weg in Verbindung mit der Erde bringe. Mein Körper bildet einen solchen Weg, und ich brauche daher den Knopf nur mit dem Finger zu berühren, um die Ladung in einem Augenblick verschwinden zu sehen. Der Überschufs von negativen Elektronen hat sich jetzt weit über den Fufsboden und die Erde zerstreut, und was davon noch in den Goldblättchen zurückgeblieben sein mag, ist vollkommen unmerkbar. Mit Rücksicht auf diese Neigung einer Ladung, den Gegenstand, auf dem sie sich befindet, zu verlassen, schliefsen wir aus der Thatsache, dafs das Elektroskop eine Ladung bekommen und behalten kann, dafs das Glas der Flasche die Elektrizität nicht leiten kann. Wir fassen dies so auf, dafs es zwar Elektronen enthält, aber dafs diese nicht, wie in den Metallen, frei beweglich sind.

Wir begreifen jetzt auch, wie es möglich ist, dafs ich einen Glasstab elektrisiere, während ich ihn in der Hand halte. Die positiven Elektronen, die nach der Reibung in einiger Entfernung von der Hand im Überschufs anwesend sind, stofsen sich zwar gegenseitig ab, aber sie können nicht nach der Erde, da das Glas ihnen den Weg nach der Hand versperrt.

Dafs nun das Glas wirklich geladen wird, wollen wir mit dem Elektroskop nachweisen. Wir schicken uns also an, den geriebenen Stab mit dem Knopf in Berührung zu bringen, in der Hoffnung, dafs dann wohl die Elektronen, die sich auf dem Glase in unmittelbarer Nähe des Berührungspunktes befinden, nach den Goldblättchen gehen. Aber wenn wir auf nichts anderes vorbereitet sind, so wird unsere Erwartung übertroffen. Sie sehen die Goldblättchen auseinandergehen, noch bevor ich den Knopf mit dem Stabe berühre. Sie fallen wieder

zusammen, wenn ich den Stab entferne, und ein abwechselndes Heben und Senken des Glases, das ich jetzt ausführe, beantworten sie mit einer hin und her gehenden Bewegung, eine merkwürdige Erscheinung, die aber ohne Mühe zu erklären ist und die Sie leicht hätten voraussagen können. Wenn es wahr ist, dafs der metallene Teil des Elektroskops bereits in seinem gewöhnlichen Zustande die zweierlei Elektronen enthält und dafs diese frei beweglich sind, dann mufs wohl der elektrisierte Glasstab, über den Knopf gehalten, eine Scheidung zuwegebringen. Durch seine positiven Elektronen müssen negative Teilchen nach dem Knopf gezogen werden, während positive nach den Goldblättchen getrieben werden. Daher die Abstofsung der Blättchen.

Sobald das Metall des Elektroskops auf diese Weise geladen ist, wird der obere Teil desselben infolge seines Vorrates an negativen Elektronen durch das Glas angezogen und der untere Teil wird abgestofsen. Da aber die erstere Wirkung — wegen der kleineren Entfernung — überwiegend ist, erleidet die Metallmasse, alles zusammengenommen, eine Kraft nach dem Glase hin. Nach derselben Seite hin würde sie, wie leicht einzusehen ist, durch eine über den Knopf gehaltene geriebene Siegellackstange gezogen werden. Dies ist die Erklärung der Anziehung, die jeder positiv oder negativ elektrisierte Körper auf einen Körper ausübt, der anfänglich keine Ladung besitzt.

Wir wollen auch noch überlegen, was geschieht, wenn wir erst das Elektroskop laden und dann einen elektrisierten Körper über den Knopf halten. Nehmen Sie an, die Ladung des Instrumentes sei negativ. Dann wird ein positiv geladener Körper die negativen Elektronen nach dem Knopf ziehen. Die Ladung und der Ausschlag der Goldblättchen wird verkleinert werden. Ein negativer Gegenstand wird natürlich die entgegengesetzte Wirkung ausüben. Wir sehen das eine und das andere jetzt bestätigt.

So könnte ich Ihnen noch manche andere merkwürdige Erscheinungen vorführen, allein ich will mich darauf beschränken, Ihnen noch einige Beispiele davon zu geben, wie sich der elektrische Zustand erregen läfst. Ich schlage dieses Stanniolblatt oder dieses Stück Holz mit einem Katzenfell, ich streiche mit diesem Flederwisch über ein Stück Steingut hin, oder ich reibe es mit einem Gummischlauch, und wir bekommen immer eine elektrische Ladung, die wir durch das Elektroskop nachweisen können. Wenn ich ein empfindlicheres Instrument benutzt hätte, wie man sie wirklich hat, dann hätte ich Sie noch besser davon überzeugen können, dafs in zahllosen Fällen kleine elektrische Ladungen entstehen, dafs niemals zwei Körper aneinander gerieben werden können, ohne dafs die positiven Elektronen etwas mehr nach dem einen und die negativen Elektronen etwas mehr nach dem anderen getrieben werden.

Wir wollen unsere Aufmerksamkeit jetzt auf Elektronen richten, die in Bewegung sind. So etwas trafen wir bereits einige Male an. Wenn wir z. B. in einem entfernten Gegenstand, der durch einen Metalldraht mit dem Elektroskop verbunden ist, eine positiv elektrische Ladung erregen, so bekommt das Elektroskop auch etwas davon mit. Wer nun einmal mit Elektronen operiert, für den ist auch kein Zweifel mehr, dafs man es hier mit einer Bewegung dieser Teilchen durch den Metalldraht hin zu thun hat. Dies ist die Erscheinung, welche man den elektrischen Strom nennt und die uns, ich brauche Sie kaum daran zu erinnern, die gröfsten Dienste leistet. Hier war der Strom schwach und von kurzer Dauer, aber wir können durch geeignete Mittel die Intensität sehr erhöhen. Zuweilen treiben wir die Elektronen plötzlich durch einen Leiter hindurch. Solche Ströme von kurzer Dauer sind es, die uns die sogenannten Induktionsapparate geben und deren wir uns unlängst bedienten, um elektrische Funken hervorzubringen. In anderen Fällen haben wir es mit einem stetigen elektrischen Strom zu thun, der lange Zeit in unveränderter Weise anhält. Diesen können wir mit der fortdauernden Bewegung des Wassers in den Röhren einer Wasserleitung vergleichen oder noch besser mit dem Durchgang des Wassers durch einen Stab, der aus einer porösen Substanz besteht.

Ebenso wie hier die Flüssigkeit ihren Weg durch alle die kleinen Zwischenräume hindurch sucht, sehen wir in unserer Vorstellung die Elektronen zwischen den Molekülen eines Kupferdrahtes und wohl auch durch dieselben hindurch fortschreiten. Der elektrische Strom ist jedoch verwickelter als die Bewegung einer Flüssigkeit, weil wir es mit zwei Arten von Elektronen zu thun haben. Wir können uns denken, dafs von dem soeben erwähnten Gegenstande, wenn ihm eine positive Ladung gegeben wird, die positiven Elektronen durch den Leitungsdraht hin nach dem Elektroskop gehen, indem sie von der positiven Ladung des Gegenstandes abgestofsen werden. Aber durch diese Ladung müssen natürlich die negativen Teilchen aus dem Elektroskop hinweggezogen werden. Diese setzen sich daher in entgegengesetzter Richtung als die positiven in Bewegung, und auch dies würde für sich schon hinreichend sein, um eine Ladung des Elektroskops zuwege zu bringen. Denn wenn negative Elektronen dieses Instrument verlassen, so mufs notwendigerweise ein Überschufs von positiven zurückbleiben.

In Wirklichkeit werden wohl die positiven Elektronen nach der einen Seite und die negativen gleichzeitig nach der anderen Seite gehen, und es ist am besten, wenn wir uns vorstellen, dafs ein elektrischer Strom in der Regel eine solche doppelte Strömung ist. Wenn die Teilchen nur klein genug sind, werden sie sich in ihrer Bewegung nicht oder nicht zu sehr hindern. Inwieweit nun die Elektronen der einen und der anderen Art an der Bewegung teilnehmen, liegt aufser-

halb der Grenzen unserer flüchtigen Betrachtung. Jedenfalls können wir den Strom in einem Metalldraht dadurch hinreichend charakterisieren, dafs wir die Richtung angeben, in der sich die positiven Teilchen bewegen. Diese nennen wir nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauch die Richtung des elektrischen Stromes. Was die sogenannte Stärke des Stromes betrifft, so wird diese um so gröfser sein, je gröfser die Anzahl der positiven und der negativen Teilchen ist, die in einer bestimmten Zeit nach der einen und der anderen Seite gehen.

Wir wollen hier noch eine Bemerkung hinzufügen. Wenn eine Röhre bereits ganz voll Wasser ist, und wir lassen an dem einen Ende durch Öffnen eines Hahns etwas Wasser aus einem Wasserbehälter zu, dann fliefst sofort oder doch wenigstens nach sehr kurzer Zeit Wasser am anderen Ende aus. Dies ist jedoch nicht dasselbe Wasser, welches aus dem Behälter gekommen ist, sondern Wasser, welches bereits nahe bei dem offenen Ende der Röhre war. Ebenso brauchen es auch, wenn eine elektrische Ladung durch einen Metalldraht von einem entfernten Gegenstand nach dem Elektroskop übertragen wird, durchaus nicht die vorher in dem Gegenstand anwesenden Elektronen zu sein, die in das Elektroskop kommen. Dieses kann durch Teilchen geladen werden, die sich in unmittelbarer Nähe im Verbindungsdraht befanden und die durch den geladenen Gegenstand nach dem Elektroskop hin abgestofsen wurden. So kann sich im allgemeinen, während die einzelnen Elektronen vielleicht nur um einen sehr kleinen Abstand weitergehen, der Bewegungszustand über eine beträchtliche Entfernung ausbreiten, indem er auf immer weiter entfernte Teilchen übertragen wird. Die Geschwindigkeit der elektrischen Telegraphie z. B. beruht darauf, dafs diese Fortpflanzung in kurzer Zeit auf eine grofse Entfernung stattfindet, aber sie beweist durchaus nicht, dafs die Elektronen grofse Geschwindigkeiten haben. Wahrscheinlich ist ihre Bewegung eher langsam zu nennen und kriechen sie so zu sagen zwischen den Molekülen des Metalls hindurch.

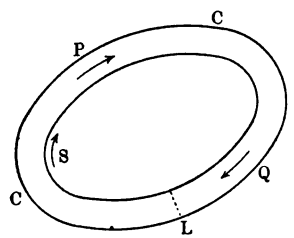
Wir müssen endlich noch bemerken, dafs nach allem, was wir wissen, die Anzahl der positiven und negativen Elektronen, die in einem Metalldraht an der Strömung teilnehmen, unvergleichlich viel gröfser ist, als die Anzahl der einen oder der anderen Art, die bei einem geladenen Körper von den Dimensionen des Drahtes im Überschufs vorhanden sind. Hiermit im Zusammenhang stellen wir uns vor, dafs die positiven und die negativen Elektronen immer nur zu einem sehr kleinen Teil von einander geschieden werden.

Wenn die Stärke hinreichend ist — gröfser als bei unseren Versuchen mit dem Elektroskop — dann können wir das Vorhandensein eines elektrischen Stromes mit Hülfe eines Galvanometers wahrnehmen, wie ich es bereits bei meinem ersten Vortrage gebraucht habe. Wir

wollen uns jetzt desselben bedienen, um einige Entstehungsarten des Stromes kennen zu lernen.

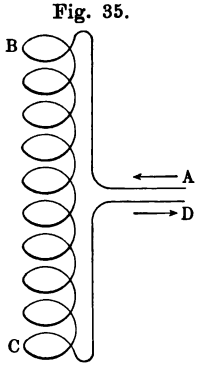
Um die Elektronen in Bewegung zu setzen, ist es nicht nötig, daſs wir mit elektrisch geladenen Körpern beginnen. Die Erfahrung lehrt, daſs wir es durch viele und sehr verschiedenartige Mittel thun können. *CC* in Fig. 34 sei ein Leiter von der Form eines geschlossenen Ringes oder einer Kette. Nehmen Sie an, wir trieben in der einen oder anderen Weise die positiven Elektronen in dem Teil *P* der Kette in der Richtung des Pfeils fort, wir lieſsen, wie man sagt, elektromotorische Kräfte auf sie wirken. Dann kommen erst diese Elektronen und bald auch die Elektronen in den anderen Teilen der Kette in Bewegung. Die Frage, wie das letztere geschieht, wollen wir ruhen lassen. Es genügt uns, zu wissen, daſs, wenn die elektromotorischen Kräfte in Wirkung bleiben, die Strömung sich in sehr kurzer Zeit über die ganze Kette ausgebreitet hat. Überall laufen dann ununterbrochen die positiven Elektronen in der durch den Pfeil *S* angedeuteten Richtung in der Kette herum. Auch werden in der Regel, wenn die positiven Elektronen nach der einen Seite hin bewegt werden, die negativen nach der entgegengesetzten Seite getrieben werden, so daſs die doppelte Strömung entsteht, von der bereits die Rede war.

Fig. 34.




Natürlich ist unsere Fig. 34 nur ein Schema. Der ringförmige Leiter kann aus Drähten bestehen, die in einem weiten Bogen herumlaufen, nach einem entfernten Ort hin und wieder zurück oder, wie bei einer elektrischen Schelle, in komplizierter Weise durch ein Gebäude gelegt sind. Ein Teil des Weges kann aus einem spiralförmig gewundenen Draht bestehen (Fig. 35), so daſs der Strom der Reihe nach sämtliche Windungen zu durchlaufen hat. Einen Draht, der mit einer Substanz bedeckt ist, durch die der Strom nicht hindurchdringen kann, können wir zu einer Rolle (wie eine Garnrolle) mit dicht aneinander liegenden Windungen aufwickeln. Eine solche Drahtrolle befindet sich auch in dem Galvanometer. Der Magnet, der durch den Strom in Bewegung gesetzt werden soll, ist in der Höhlung der Rolle aufgehängt.

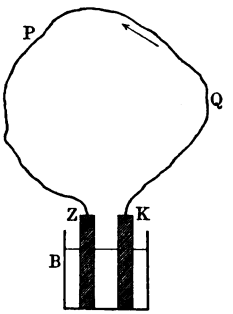
Fig. 35.




Hier und da in der Kette können zwei Drähte, die vielleicht aus verschiedenen Metallen bestehen, miteinander verbunden sein, und wir können den Strom durch eine leitende Flüssigkeit, z. B. Wasser, in dem ein Salz aufgelöst ist, hindurchgehen lassen.

Wir stellen zu diesem Zwecke zwei Metallplatten in die Flüssigkeit und verbinden die hervorragenden Enden derselben mit den übrigen Teilen der Kette (Fig. 36). Sie sehen, wieviel Verschiedenheit hier möglich ist. Welchen Fall wir aber auch nehmen, wir können versichert sein, dafs, wenn die Leitung nicht eine sehr grofse Länge hat, der Strom sich in einer sehr kurzen Zeit, z. B. einem kleinen Bruchteil einer Sekunde, über die ganze Kette verbreiten wird. Wir können wohl sagen, dafs jede elektromotorische Kraft unmittelbar überall in dem Ring eine Elektronenbewegung hervorruft. Wirken an verschiedenen Stellen der Leiter derartige Kräfte, so können diese je nach ihrer Richtung ihre Wirkung gegenseitig verstärken oder schwächen. Die in Fig. 34 durch die Pfeile $P$ und $Q$ vorgestellten Kräfte werden z. B. einen Strom erregen, der stärker ist als jeder der beiden Ströme, welche die Kräfte einzeln hervorrufen würden.

Fig. 36.




Aber wie kommen wir nun zu den elektromotorischen Kräften? Die Erfahrung lehrt, dafs wir eine reiche Wahl haben. Wir können z. B., wenn irgendwo in der Kette (z. B. bei $L$ in Fig. 34) zwei verschiedene Metalle einander berühren, die Berührungsstelle erwärmen. Wenn ich die Kontaktstelle dieser beiden Drähte, von denen der eine aus Eisen und der andere aus Kupfer besteht und deren Enden mit dem Galvanometer verbunden sind, über eine Flamme halte, dann sehen Sie sofort einen Ausschlag des Lichtbildes, welches uns den Stand der Galvanometernadel anzeigt. Ja es genügt die Temperaturerhöhung, die ich hervorbringe, wenn ich die Berührungsstelle zwischen den Fingern halte. Hier wird also ein elektrischer Strom durch die Bewegung hervorgerufen, in der wir das Wesen der Wärme zu erblicken gelernt haben. Es ist als ob die Elektronen an der Wärmebewegung teilnähmen und infolgedessen durch die Grenzfläche der beiden Metalle hindurchgingen, und als ob aus irgend einem Grunde die positiven Elektronen dies in der Richtung vom Kupfer nach dem Eisen in gröfserer Menge thäten als in der entgegengesetzten Richtung.

In ganz anderer Weise entsteht ein Strom, wenn ein Stück Kupfer $K$ und ein Stück Zink $Z$ (Fig. 36) in einem Gefäfs mit verdünnter Schwefelsäure stehen. Ich kann auch jede andere in Wasser lösliche Säure oder irgend eine Salzlösung nehmen, und wenn ich dieses empfindliche Galvanometer benutze, brauche ich nur einen Kupferdraht und einen Zinkdraht in ein Glas Wasser zu tauchen, oder die beiden Drähte, ohne dafs sie sich berühren, in der Hand zu halten, deren Gewebe Flüssigkeit enthält.

In diesen Fällen haben wir einen Strom durch einen chemischen Vorgang erregt. Sie können es sich so vorstellen, dafs das Zink z. B.

gewisse Atome oder Atomgruppen aus der Flüssigkeit anzieht, und dafs mit diesen Teilchen Elektronen von bestimmtem Zeichen fest verbunden sind, so dafs diese Elektronen mit in Bewegung gesetzt werden. Diese Annahme kann auch zur Erklärung anderer Erscheinungen dienen, bei denen sich ebenfalls ein enger Zusammenhang zwischen elektrischen und chemischen Wirkungen bemerkbar macht.

Wir haben mit unseren Metallen in Flüssigkeiten galvanische Elemente der einfachsten Form gemacht, und wenn wir Kupfer und Zink in verdünnte Schwefelsäure eintauchen, so haben wir gerade das erste Element, welches jemals gebraucht worden ist. Die Entdeckung der Wirkung, die in dieser einfachen Zusammenstellung von festen und flüssigen Leitern stattfindet, ist es gewesen, durch die vor etwas mehr als hundert Jahren Alessandro Volta für die Entwickelung der Elektrizitätslehre einen neuen Weg eröffnete.

Von nicht geringerer Wichtigkeit war die Entdeckung, welche der dänische Physiker Oersted im Jahre 1820 machte. Er beobachtete, dafs ein Metalldraht, der von einem elektrischen Strom durchlaufen wird, Kräfte von besonderer Art auf die Pole einer in der Nähe aufgestellten Magnetnadel ausübt. Es sind dies eben die Kräfte, welche uns dazu dienen, mit dem Galvanometer das Vorhandensein eines Stromes nachzuweisen. Diese Versuche von Oersted sind der Ausgangspunkt für einen wahren Eroberungszug der Physiker durch eine neue Welt von Erscheinungen geworden.

Wie Drähte, in denen Ströme fliefsen, Kräfte aufeinander ausüben, wie man mit Hülfe elektrischer Ströme starke Magnete erzeugen kann, wie durch die Bewegung von Leitern in der Nähe eines Metalldrahtes, in welchem bereits ein Strom fliefst, oder in der Nähe eines Magneten Ströme erregt werden können, dies alles wurde durch eine auserlesene Schar von Forschern nicht nur beobachtet, sondern auch genauer Messung unterworfen. So wurden die quantitativen Beziehungen zwischen allen diesen Erscheinungen festgestellt, es wurden feste Einheiten gewählt und alles wurde mehr und mehr unter die Herrschaft von Mafs und Zahl gebracht. Und während so eine Fülle von Kenntnissen zusammengebracht wurde, deren Frucht die blühende Elektrotechnik unserer Zeit ist, wetteiferten die Theoretiker in ihrem Bestreben, den Zusammenhang der Erscheinungen zu ergründen und in ihr Wesen einzudringen.

Wir wählen eine einzelne Erscheinung zur näheren Betrachtung. Ich habe hier einen dicken Kupferdraht, der zu einem Rechteck gebogen ist, von dem sich zwei Seiten in vertikaler Stellung befinden. Ich kann durch das Rechteck, während es um eine vertikale Achse drehbar ist, einen starken Strom leiten. Wir wollen auf eine der vertikalen Seiten achten und halten dicht neben diese einen festen vertikalen Draht, der ebenfalls von einem Strom durchlaufen wird. Sie sehen,

wie dieser jetzt den beweglichen Draht anzieht und wie die Anziehung in Abstofsung übergeht, wenn ich den festen Draht in umgekehrter Richtung halte. Wenn wir den Lauf der Ströme verfolgten, so würden wir finden, dafs Anziehung stattfindet, wenn die Ströme gleiche Richtung, und Abstofsung, wenn sie entgegengesetzte Richtung haben.

Natürlich entsteht die Frage, ob wir es hier vielleicht mit Anziehungen und Abstofsungen zwischen elektrischen Ladungen auf den Drähten zu thun haben. Auf der Oberfläche ist auch thatsächlich ein kleiner Überschufs von positiven oder negativen Elektronen, allein der hat hier so wenig zu bedeuten, dafs wir davon absehen können und nur an die im Innern der Drähte in gleicher Anzahl vorhandenen positiven und negativen Elektronen zu denken brauchen. Wenn nun diese Elektronen alle in Ruhe wären oder nur an der nach allen Seiten gerichteten Molekularbewegung teilnähmen, dann würde weder eine Anziehung noch eine Abstofsung stattfinden können. Die Anziehung, die z. B. die positiven Teilchen in dem beweglichen Draht von den negativen in dem festen Leiter erleiden, würde durch die Abstofsung aufgehoben werden, die von den positiven Elektronen des letzteren ausgeht. Auch die beiden Kräfte, die auf die negativen Teilchen in dem drehbaren Rechteck wirken, würden gleich und einander entgegengesetzt sein. Die soeben beobachtete Erscheinung beweist uns, dafs sich die verschiedenen Kräfte nicht mehr gegenseitig aufheben, sobald die Elektronen in Bewegung sind. Also müssen wohl die Kräfte zwischen den Elektronen, sobald diese sich bewegen, andere sein, als wenn sie stillstehen, und hierbei mufs sowohl die Bewegung in dem einen, als auch in dem anderen Leiter im Spiel sein, da die beobachteten Anziehungen und Abstofsungen nur stattfinden, wenn in beiden Drähten ein Strom fliefst.

Getreu der Vorstellung, dafs alle elektrischen Wirkungen durch den Äther vermittelt werden, ist man nun zu der folgenden Auffassung gekommen. Jedes Elektron erregt in dem umgebenden Äther eine gewisse Gleichgewichtsstörung, die um so schwächer wird, je weiter man sich von dem Teilchen entfernt, und diese Gleichgewichtsstörung ist etwas anders, wenn sich das Elektron bewegt, als wenn es in Ruhe ist. Ein zweites geladenes Teilchen, welches sich in einiger Entfernung vom ersten befindet, erleidet eine Kraft von bestimmter Gröfse und Richtung, die von dem Zustand des Äthers in seiner unmittelbaren Nähe, und daher indirekt von der Ladung und auch von der Bewegung des ersten Teilchens abhängt. In welchem Mafse und in welcher Weise es dem von dem umgebenden Äther ausgeübten Einflufs unterworfen ist, wird durch seine eigene Ladung und seine Geschwindigkeit bestimmt.

Es ist gelungen, dies alles in Formeln auszudrücken, und so kann man jetzt alle Erscheinungen auf dem Gebiet, mit dem wir uns heute abend beschäftigen, berechnen. Alle Schwierigkeiten sind aller-

dings noch nicht überwunden. So hat namentlich in der letzten Zeit der französische Physiker Crémieu einige Versuche angestellt, die der Theorie zu schaffen machen [1]). Ich will mich jedoch nicht weiter bei diesen Schwierigkeiten aufhalten, da die Erklärung der Erscheinungen, soweit wir sie behandeln, wohl kaum eine nennenswerte Veränderung erfahren wird.

Zunächst berechnet nun die Theorie die Anziehung und Abstofsung zwischen Stromleitern, die wir soeben beobachtet haben. Sodann ermöglicht sie es, bei allerlei Gestalten der Stromleiter die Wirkungen zu bestimmen. Man findet dann, wie auch durch die Beobachtung bestätigt wird, dafs ein zu einer Spirale aufgewickelter Draht, wie der von Fig. 35, dieselben Wirkungen ausübt und erleidet wie ein Magnetstab. Die Enden von zwei derartigen Spiralen z. B., die beide von Strömen durchlaufen werden, ziehen sich gegenseitig an und stofsen sich ab wie die Pole zweier Magneten, und wenn eine solche Spirale so aufgestellt ist, dafs sie sich in einer horizontalen Ebene drehen kann, so stellt sie sich wie eine Kompafsnadel mit ihrer Länge in die Richtung von Norden nach Süden. Auch auf die Pole eines Magneten wirkt der Strom in einer Rolle in derselben Weise, wie es ein anderer Magnet thun würde. Die Spirale oder die Rolle, von der eine Windung keine geschlossene Linie bildet, können wir nun noch durch eine Anzahl kreisförmiger, also geschlossener Stromleiter vertauschen, die auf einen Cylinder geschoben sind. Wenn in jedem derselben die Elektronen herumlaufen, so ist die Gesamtwirkung immer noch dieselbe wie die eines Magneten.

Sobald man beobachtet hatte, dafs ein Leitungsdraht, in welchem ein Strom fliefst, eine Magnetnadel aus der Gleichgewichtslage bringen kann, und dafs ein Stück Eisen zu einem Magneten wird, wenn man einen Strom in Windungen um es herumleitet, mufste sich der Gedanke aufdrängen, dafs zwischen den elektrischen und den magnetischen Wirkungen ein enger Zusammenhang besteht und dafs beide nicht ganz verschiedenen Grundursachen zugeschrieben werden können. Die soeben erwähnte Äquivalenz einer von einem Strom durchflossenen Spirale mit einem Magneten hat diese Idee eine feste Form annehmen lassen. Ampère sprach die Hypothese aus, dafs in dem Magneten eine sehr grofse Anzahl kreisförmiger elektrischer Ströme besteht. Er nahm nämlich an, dafs jedes Molekül von einem derartigen Strom umkreist wird. Jeden dieser Kreisströme kann man mit dem Strom

[1]) Anmerkung zu der Übersetzung. Es handelte sich dabei um die von der Theorie verlangte und früher auch schon von Rowland beobachtete Wirkung bewegter elektrisch geladener Körper, — z. B. einer rotierenden Scheibe — auf eine Magnetnadel. Bei den Versuchen von Crémieu hat sich diese Wirkung nicht gezeigt. Seitdem haben aber andere Beobachter das von Rowland erhaltene Resultat vollständig bestätigt.

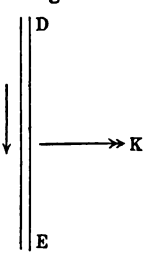
in einer Windung der Spirale vergleichen, und so wird es begreiflich, dafs die beiden Körper, der Magnet und die Spirale, eben weil man es in beiden mit einem System von kreisförmigen elektrischen Strömen zu thun hat, dieselben Wirkungen ausüben und erleiden.

In die Sprache der Elektronentheorie übersetzt, kommt die Hypothese von Ampère darauf hinaus, dafs in einem Magneten um jedes Molekül eine kreisförmige Bewegung von Elektronen von bestimmtem Zeichen besteht, eine Bewegung, die, solange keine äufseren Einflüsse den Zustand des Magneten verändern, unverändert bleibt, da kein Widerstand da ist, der ihre Geschwindigkeit vermindert. Wie man auf die Dauer auch über diese Vorstellung urteilen wird, sicher werden die elektrischen und die magnetischen Erscheinungen immer unter einem Gesichtspunkt zusammengefafst werden müssen, und so viel steht fest, dafs, wenn wir über die Wirkungen eines Magneten sprechen, wir ihn immer in Gedanken durch ein System kreisförmiger elektrischer Ströme ersetzen dürfen.

Gerade die Wirkung eines Magneten auf bewegliche Elektronen ist es nun, die uns weiter beschäftigen soll. Um die Gedanken zu fixieren, wollen wir annehmen, dafs die Bewegungen in der Ebene unserer Figuren stattfinden und dafs ein magnetischer Nordpol vor dieser Ebene, also auf der Seite des Beschauers liegt. Alle Erscheinungen werden übrigens dieselben sein, wenn wir anstatt eines Nordpols vor der Ebene der Zeichnung einen Südpol hinter derselben haben, und ebenso wenn beide Pole zugleich anwesend sind und die Elektronen sich also in dem Raume zwischen zwei einander zugewendeten Polen bewegen.

Es sei nun zunächst $DE$ (Fig. 37) ein Kupferdraht, in dem ein elektrischer Strom in der Richtung von oben nach unten läuft. Die Erfahrung lehrt, dafs dieser von dem angenommenen Magnetpol eine Kraft $K$ nach der rechten Seite hin erleidet, also eine Kraft, die nicht Anziehung und nicht Abstofsung genannt werden kann, da sie den Draht nicht dem Pol zu nähern und nicht von demselben zu entfernen strebt. Auch wenn der Leitungsdraht eine andere Richtung hat, als in unserer Figur angenommen ist, aber immer in der Ebene der Zeichnung, kann die Kraft, die auf ihn wirkt, leicht angegeben werden. Man kann nämlich die ganze Figur mit den Pfeilen, die die Richtungen des Stromes und der Kraft angeben, in der Ebene beliebig drehen. $K$ stellt dann immer die Kraft vor, die auf den Draht wirkt. Dreht man die Figur um einen Winkel von 180°, dann erhält man einen Strom, der nach oben läuft. Die Kraft $K$ wirkt dann nach der linken Seite. Wir sehen also, dafs die Kraft, die ein Stromleiter in einem magnetischen Feld — so nennt man den Raum in der Nähe eines

Fig. 37.

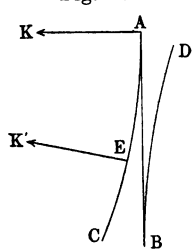


Magnetpols — erleidet, die entgegengesetzte Richtung annimmt, wenn man den Strom umkehrt. Mit Hülfe des drehbaren Kupferdrahtes, den wir schon benutzt haben, können wir das eine und das andere leicht beobachten.

Die Theorie, welche wir als Richtschnur gewählt haben, erblickt in der Kraft $K$ den Ausfluſs der Wirkungen, die das magnetische Feld auf die Elektronen in dem Draht ausübt und die von den Teilchen, da sie den Draht nicht seitwärts verlassen können, auf das Metall übertragen werden. Nun kann man sich vorstellen, daſs der Strom in der Bewegung positiver Elektronen von oben nach unten besteht. Wir müssen also wohl annehmen, daſs auf diese eine Kraft in der Richtung des Pfeils $K$ wirkt. Die Kraft, welche bei einer anderen Bewegungsrichtung besteht, bekommen wir dann dadurch, daſs wir die Figur in ihrer Ebene drehen. Wenn die positiven Elektronen nach oben gingen, so würden sie im magnetischen Feld nach links getrieben werden. Wir können den Strom in $DE$ aber auch als eine Bewegung negativer Elektronen von $E$ nach $D$ auffassen. Also müssen wir uns vorstellen, daſs auch auf solche Teilchen eine Kraft wie $K$ wirkt. Andere Fälle können wir dann hieraus wieder durch Drehung der Figur ableiten. Man sieht, daſs bei derselben Bewegungsrichtung die Kräfte auf positive und auf negative Elektronen einander entgegengesetzt sind.

Denken Sie sich nun, daſs ein Elektron vollkommen frei, nicht in einem Metall, sondern durch den Äther hin fortfliegt. Wenn der Magnetpol nicht wäre, würde es eine gerade Linie wie $AB$ (Fig. 38) beschreiben. Aber da das magnetische Feld eine Kraft senkrecht auf die Bewegungsrichtung ausübt, wird die Bahn gekrümmt werden. In der Figur habe ich gezeichnet, wie es sich hiermit verhält, wenn man es mit einem negativen Elektron zu thun hat. Geht es von oben nach unten, so daſs es in Abwesenheit eines Magnetpols von $A$ nach $B$ gehen würde, dann wird es unter dem Einfluſs des magnetischen Feldes den Bogen $AC$ beschreiben. Wir wollen nicht unterlassen, hierbei zu bemerken, daſs wir hier den früher (S. 22) betrachteten Fall haben, daſs die Kraft fortwährend senkrecht auf der Bewegungsrichtung steht — wenn das Teilchen z. B. in den Punkt $E$ gekommen ist, kann die Kraft durch den Pfeil $EK'$ vorgestellt werden, ebenso wie im Punkt $A$ durch den Pfeil $AK$ — und daſs also, während die Bahn gekrümmt wird, die Geschwindigkeit unverändert bleibt.

Fig. 38.



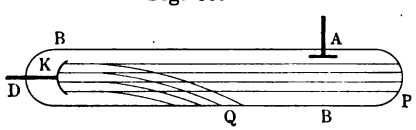

Wenn Sie sich dann erinnern, was wir bei Fig. 37 erörtert haben, so können Sie sich leicht davon überzeugen, daſs ich mich nicht geirrt habe, wenn ich die Bahn nach der linken Seite von der geraden Linie abweichen lieſs. Auch sehen Sie ohne weiteres, daſs

das Teilchen im magnetischen Feld den Weg $BD$ einschlagen wird, wenn es in Abwesenheit eines Magnetpols von $B$ nach $A$ gehen würde.

Wir machen von diesem Resultat eine Anwendung auf eine Erscheinung, die in den letzten Jahren von den Physikern mit Vorliebe studiert worden ist. Als wir das Spektrum des Wasserstoffs beobachten wollten, liefsen wir, wie Sie sich erinnern werden, eine elektrische Entladung durch eine mit diesem Gase gefüllte Geifslersche Röhre gehen. Über die Einzelheiten der Lichtverteilung in dieser Röhre haben wir damals nicht geredet, und auch jetzt wollen wir nicht in eine ausführliche Betrachtung der ebenso schönen als rätselhaften Entladungserscheinungen eintreten. Trotz aller Mühe, die man darauf verwendet hat, ist dies noch ein wahres Chaos. Aber eine Erscheinung ist doch dabei, die sehr einfach ist.

Zur Beobachtung dieser Erscheinung dient die Röhre $BB$ (Fig. 39), die mit Luft von geeigneter Verdünnung gefüllt ist und in der zwei Metallplättchen $A$ und $K$ an eingeschmolzenen Platindrähten befestigt sind. Wir leiten plötzliche elektrische Ströme, die von einem Induktionsapparat geliefert werden, durch die Röhre, so dafs sie bei $A$ eintreten und bei $K$ das Gas verlassen, und sehen dann das Glas bei $P$ gegenüber dieser letzteren Scheibe ein eigentümliches grünes Licht geben. Die Untersuchungen lassen nun keinen Zweifel mehr darüber, dafs wir es hier mit freien negativen Elektronen zu thun haben, die von der Scheibe $K$ wegfliegen und, wenn sie bei $P$ das Glas treffen, dieses durch ihr Bombardement leuchtend machen. Wenn nun diese Auffassung richtig ist, dann mufs ein magnetisches Feld, das wir uns wieder in der beschriebenen Weise vorstellen, eine Veränderung der Erscheinung bewirken, wenn wir auch im voraus nicht wissen, ob sie grofs genug ist, um von uns wahrgenommen zu werden. In dem Feld werden nämlich die Elektronen von der geraden Linie abweichen und eine gekrümmte Bahn beschreiben, so dafs sie die Glaswand nicht mehr bei $P$, sondern z. B. im Punkt $Q$ treffen. Wenn ich in die Nähe der Röhre in eine geeignete Lage einen Magnetstab von mäfsiger Stärke bringe, so sehen Sie in der That diese Vermutung bestätigt. Um die Beobachtung zu erleichtern, ist in der Röhre ein in der Figur nicht gezeichneter kleiner Schirm mit einer spaltförmigen Öffnung angebracht, so dafs man hinter demselben nur ein schmales Bündel der von $K$ ausgehenden Kathodenstrahlen (das ist der gebräuchliche Name für diese Erscheinung) hat. Aufserdem enthält die Röhre eine mit der bekannten Leuchtfarbe bedeckte Platte, der entlang die Strahlen streichen und auf die sie zum Teil in schiefer Richtung auffallen.

Fig. 39.

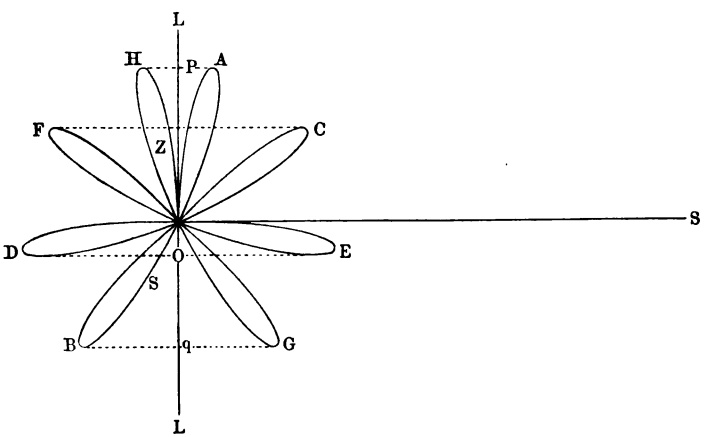


Auch diese wird dann zum Leuchten gebracht, und so kann man die Form der Linie, welche das Bündel beschreibt, an dem hellen Streifen auf der Platte sehen und auch in einiger Entfernung bemerken, wie sich dieser Streifen unter dem Einfluſs eines Magnetpols krümmt.

Ich komme jetzt zum Schluſs noch auf den Einfluſs zu sprechen, den magnetische Kräfte auf die Ausstrahlung des Lichtes ausüben, eine Erscheinung, die von Prof. Zeeman entdeckt wurde, als er noch im Laboratorium von Prof. Kamerlingh Onnes arbeitete. Ich will Ihnen klar machen, daſs diese Wirkung verstanden werden kann, wenn man annimmt, daſs die kleinen Teilchen, die in den leuchtenden Gegenständen schwingen und durch ihren Einfluſs auf den Äther die Ausstrahlung zuwege bringen, nichts anderes sind als unsere Elektronen. Ich will, um mich kurz zu fassen, diese Voraussetzung machen und aus ihr die Erscheinung, um die es sich handelt, ableiten.

Stellen wir uns also vor, ein negatives Elektron habe seine Gleichgewichtslage in *O* (Fig. 40) und stehe, sobald es diese verlassen hat, unter dem Einfluſs einer nach *O* gerichteten zurücktreibenden Kraft. Es wird dann mit einer bestimmten Frequenz längs einer geraden Linie durch *O* hin und her schwingen können, und wenn es infolge dessen

Fig. 40.




Licht ausstrahlt, so wird es eine Spektrallinie von bestimmter Lage erzeugen. Wir wollen annehmen, daſs die Bewegung längs jeder durch *O* gehenden geraden Linie in gleicher Weise stattfinden kann. In dem magnetischen Feld werden nun dieselben Kräfte, die die Bahn der Kathodenstrahlen krümmen, Einfluſs auf die Bahn des schwingenden Elektrons haben. Fig. 40 zeigt Ihnen, wie die Bahn wird. Ich habe angenommen, daſs das Teilchen seine Bewegung damit beginnt, daſs

es vom Punkt $O$ aus nach oben geht, so dafs es, wenn kein magnetisches Feld da wäre, auf der geraden Linie $LL$ schwingen würde. Durch den Einflufs des Feldes wird nun die Bahn gekrümmt, und zwar ebenso wie die Linie $BD$ in Fig. 38 mit der konvexen Seite nach links. Es läuft also auf der linken der beiden Linien, die $O$ mit $A$ verbinden, und erreicht in $A$ seine gröfste Ausweichung. Wenn es sich jetzt abwärts bewegt, so wird dies auf einer Linie geschehen, die wie $AC$ in Fig. 38 ihre konvexe Seite nach rechts wendet. Es geht also auf dem rechten der beiden Wege zwischen $A$ und $O$ nach der Gleichgewichtslage zurück, und hat, wenn es dahin zurückgekehrt ist, eine Schlinge $OA$ beschrieben und hat schliefslich eine Bewegungsrichtung, die mit $OL$ einen kleinen Winkel bildet. In dieser Richtung geht es dann durch $O$ hindurch, und den nun folgenden Teil der Bahn erhalten wir durch eine ähnliche Überlegung wie den ersten Teil. So sehen wir, dafs auf die Schlinge $OA$ noch eine Anzahl anderer Schlingen von derselben Gestalt, $OB$, $OC$, $OD$, $OE$, u. s. w. folgen. Um die Gestalt derselben deutlich hervortreten zu lassen, habe ich in der Figur die magnetische Kraft so grofs angenommen, dafs die Schlingen ziemlich weit geöffnet sind und ziemlich weit auseinander liegen. Wäre die magnetische Kraft schwächer, so würden die Schlingen fast zu geraden Linien zusammenschrumpfen und die Strahlen der sternförmigen Figur kleinere Winkel miteinander bilden. Dann würde es noch besser als jetzt ins Auge fallen, dafs die Bewegung als eine Schwingung längs einer geraden Linie aufgefafst werden kann, die fortwährend um den Punkt $O$ rotiert.

Wir wollen nun die Bewegung des Teilchens in zwei Bewegungen zerlegen. Ziehen wir nämlich aufser der vertikalen geraden Linie $LL$ auch noch eine Linie $SO$ (die man sich über $O$ hinaus verlängert denke) senkrecht darauf, dann kann man sagen, dafs das Elektron in der Richtung dieser letzteren Linie, also nach rechts und links, hin und her geht, während es sich zugleich auf $LL$ auf- und abwärts bewegt. Um zu sehen, wie das letztere vor sich geht, fällen wir von der Stelle, wo sich das Elektron befindet, eine Senkrechte auf $LL$ und achten auf die Bewegung des Fufspunktes dieser Senkrechten. Dieser geht von $p$ nach $q$, kehrt dann zurück, aber nicht weiter als bis $z$, sinkt dann bis $s$, steigt wieder bis $O$ und erreicht dann beim weiteren Hin- und Hergehen die äufsersten Punkte $s$, $z$, $q$, $p$ u. s. w. Er schwingt also um $O$ hin und her, aber die Amplitude dieser Schwingungen nimmt abwechselnd ab und zu.

Es fragt sich nun, welches Licht von dem Elektron ausgestrahlt werden kann. Wir wollen uns auf die Schwingungen beschränken, die sich längs der Linie $OS$ fortpflanzen. Wir denken uns also einen Beobachter auf dieser Linie, und zwar in einer Entfernung, die im Vergleich mit den Dimensionen der Figur sehr grofs ist.

Nun habe ich bereits früher (S. 61) angenommen, dafs die Licht-

schwingungen, was ihre Richtung betrifft, mit den Schwingungen eines gespannten Seiles verglichen werden können. Man hat nämlich seit langer Zeit aus optischen Erscheinungen den Schlufs gezogen, dafs die Schwingungen des Lichtes in der That senkrecht auf der Richtung des Strahles stehen. Wir wollen dies nun auf Autorität annehmen und uns also vorstellen, dafs sich in der Richtung von $OS$ keine anderen Schwingungen — in der Ebene der Zeichnung — fortpflanzen können als solche, die parallel der Linie $LL$ vor sich gehen. Zu derartigen Schwingungen kann die hin und her gehende Bewegung des Elektrons in horizontaler Richtung nichts beitragen. Sie werden allein durch die Schwingungen in vertikaler Richtung längs $LL$ erregt, mit anderen Worten, das in der Richtung $OS$ ausgestrahlte Licht wird dasselbe sein, als wenn unser Elektron nicht die sternförmige Figur beschriebe, sondern in der bereits angegebenen Weise von $p$ nach $q$, von da nach $s$, dann nach $s$ u. s. w. hin und her ginge. Dies ist aber offenbar eine Schwingung mit Schwebungen, und wenn diese langsam genug aufeinander folgten, so müfste ein Auge, welches sich irgendwo auf der Linie $OS$ befindet, Schwebungen sehen, ebenso wie das Ohr die Schwebungen bei Schallerscheinungen wahrnehmen kann.

Dies gelingt nun allerdings, aus verschiedenen Gründen, nicht, aber es giebt ein anderes Mittel, um den Einflufs des magnetischen Feldes wahrzunehmen. Eine Schwingung mit Schwebungen kommt nämlich auf dasselbe hinaus, als ob zwei schwingende Bewegungen mit etwas verschiedenen Schwingungszahlen zugleich beständen (S. 59), und diese können wir in einem Spektroskop voneinander trennen. Wenn wir daher den Strahl $OS$ in den Spalt eines solchen Instrumentes eintreten lassen, werden wir anstatt der einen Spektrallinie deren zwei bekommen. Eine solche Verdoppelung der Spektrallinien, wenn die Lichtquelle in ein starkes magnetisches Feld gestellt wird — man denke sich einen starken Nordpol vor und einen starken Südpol hinter die Ebene der Zeichnung —, ist nun von Zeeman mit einem Spektroskop von starkem Zerstreuungsvermögen wirklich beobachtet worden, und ich kann Ihnen einen Teil des Spektrums des Metalls Kadmium projizieren, in welchem sie einige dieser „Duplets“ bemerken können [1]).

Auf verschiedene Einzelheiten der Erscheinung will ich nicht näher eingehen. Ich will nur erwähnen, dafs sich in der Richtung $OS$ auch Schwingungen, die senkrecht zur Ebene der Figur stattfinden, fortpflanzen, auf die das magnetische Feld keinen Einflufs hat und die daher eine Spektrallinie in ihrer ursprünglichen Lage geben. Diese liegt mitten zwischen den beiden Linien des Duplets, so dafs man es

[1]) Wenn eine Zeichnung wie Fig. 40 der von Zeeman beobachteten Erscheinung genau entsprechen soll, so mufs die sternförmige Figur für einen Umlauf viele Tausende von Strahlen haben.

eigentlich mit einer dreifachen Linie zu thun hat. Durch einen experimentellen Kunstgriff hat Prof. Zeeman bei Anfertigung der Photographie dafür gesorgt, dafs das Licht der mittleren Linie die empfindliche Platte nicht erreichen konnte.

Die Untersuchung der Veränderungen der Spektrallinien durch magnetische Kräfte ist jetzt auf sehr viele Elemente ausgedehnt worden. Es haben sich zwar einige Komplikationen ergeben, als ob die Natur unserer einfachen Erklärungen spotte, aber in den meisten Fällen liegt die Sache doch so, wie wir es beim Kadmium gesehen haben. In der Hauptsache ist daher die mitgeteilte Theorie unzweifelhaft richtig, und wir dürfen wohl annehmen, dafs es Elektronen sind, die durch ihre Schwingungen das Licht ausstrahlen. Aus diesem Resultate wollen wir nun noch einige naheliegende Folgerungen ziehen.

Zunächst wissen wir bereits, dafs ein Elektron im Äther gewisse Zustandsveränderungen erregt, die durch seine Ladung bestimmt werden und auch von seiner Bewegung abhängen. Diese Zustandsveränderungen sind es, die alle Wirkungen des Elektrons auf benachbarte Teilchen verursachen und die in dem Äther um elektrisierte Körper und Magnete herum bestehen. Ein schwingendes Elektron wird also im Äther eben diese Veränderungen erregen, und was ist natürlicher, als dafs wir in ihnen das Wesen der Lichtschwingungen erblicken, dafs wir also annehmen, dafs diese in periodischen Gleichgewichtsstörungen derselben Art bestehen wie die Zustandsveränderungen, die bei den elektrischen und den magnetischen Wirkungen im Spiele sind? Dies ist die elektromagnetische Lichttheorie, auf die Clerk Maxwell durch theoretische Betrachtungen geführt wurde und die noch mehr allgemeinen Beifall gefunden hat, nachdem Hertz durch Versuche nachgewiesen hatte, dafs elektromagnetische Gleichgewichtsstörungen, die in vieler Hinsicht den Lichtstrahlen gleichen, aber eine grofse Wellenlänge besitzen, sich mit derselben Geschwindigkeit wie das Licht fortpflanzen.

Zu einer zweiten Folgerung bringt uns die grofse Anzahl von Linien, die wir in den Spektren vieler Elemente antreffen. Dies beweist uns, dafs ein Molekül dieser Stoffe und auch ein Atom, denn zuweilen sind es unzweifelhaft die einzelnen Atome, die das Licht ausstrahlen, in vielen verschiedenen Weisen schwingen können. Daher müssen die Atome Körperchen von kompliziertem Bau sein, und es liegt sehr nahe, die Elektronen, die durch ihre Bewegung das Licht erregen, als kleine Teile der Atome zu betrachten.

Es besteht bei den Physikern gegenwärtig das Bestreben, diesen elektrisch geladenen Teilchen bei vielen Erscheinungen eine Rolle zuzuschreiben, und es spricht sicher vieles für die Vorstellung, dafs sie einen sehr wesentlichen Bestandteil der Materie ausmachen. Soviel wir wissen, bilden sie das Band zwischen dem wägbaren Stoff und dem Äther, und sie sind es allein, die so mit diesem Medium

zusammenhängen, dafs durch ihre Anwesenheit und ihre Bewegung der Zustand des Äthers verändert wird. Auf die Elektronen richtet sich daher auch die Hoffnung von vielen, die die Schwerkraft und die Molekularkräfte als durch Vorgänge im Äther hervorgebracht auffassen.

---

## VII.

## Die Erhaltung der Energie.

Die Erscheinungen, welche ich mit Ihnen zu behandeln gedachte, sind nun alle an der Reihe gewesen, und ich glaube zum Schlufs nichts Besseres thun zu können, als sie noch einmal unter einem allgemeinen Gesichtspunkte zusammenzufassen. Ich will Sie zu diesem Zwecke daran erinnern, dafs bei verschiedenen Versuchen, die wir ausgeführt haben, und bei vielen anderen, die wir hätten ausführen können, in dem Zustande der Körper, mit denen wir operieren, eine Veränderung hervorgebracht wird, so z. B. wenn wir ein Gewicht heben, wenn wir ein Gas in einem Cylinder durch einen Kolben zusammendrücken, wenn wir eine Spiralfeder auseinander ziehen oder einen elastischen Stab biegen, auch wenn wir in einem gespannten Seile oder in einer Wassermasse Wellen erregen, die sich mit einer gewissen Geschwindigkeit fortpflanzen. Diese aus unseren Betrachtungen genommenen Beispiele können wir um viele andere vermehren, in denen wir Werkzeuge dieser oder jener Art benutzen. Wir denken hier an das Heben von Wasser, an das Plätten und Schmieden der Metalle, das Sägen und Hobeln von Holz, das Erregen von elektrischen Strömen, die zur Beleuchtung dienen sollen.

Wir wollen jetzt unsere Aufmerksamkeit auf die Arbeit richten, die für dies alles nötig ist, und zwar zunächst, wenn wir uns unserer eigenen Muskelkraft bedienen, darauf, was von dieser verlangt wird, wenn wir die eine oder andere Veränderung hervorbringen wollen.

Dafs wir nichts zustande bringen können, ohne eine Kraft auszuüben, ist klar, aber bei einigem Nachdenken sehen wir ein, dafs noch etwas anderes als die Kraft in Betracht kommt. Wer ein Gewicht ruhig in der Hand hält, bringt keine Veränderung zuwege. Ebensowenig thun wir dies, wenn wir eine Spiralfeder ausgereckt halten oder wenn wir den Kolben in einem mit Gas gefüllten Cylinder, nachdem wir ihn eine Strecke hineingedrückt haben, gegen den erhöhten Druck des Gases in der neuen Stellung festhalten. Höchstens können wir in diesen Fällen sagen, dafs wir durch die Kraft, die wir

ausüben, eine Veränderung, die sonst stattfinden würde, verhindern, dafs wir das Gas hindern, sich auszudehnen, und die Spiralfeder, sich zusammenzuziehen. Wirklich **aktiv**, in dem Sinne, dafs durch unser Zuthun eine Veränderung zuwege gebracht wird, die als die Folge unserer Anstrengung angesehen werden kann, sind wir erst dann, wenn wir nicht nur eine Kraft ausüben, sondern wenn sich aufserdem der Gegenstand, auf den wir wirken, in der Richtung dieser Kraft bewegt, wenn wir also mit dem Hobel einen Stofs ausführen oder wenn wir ein Gewicht auf eine gewisse Höhe heben.

Derartige Erwägungen haben zu dem folgenden Uebereinkommen geführt. Wir sagen, dafs wir eine **Arbeit** leisten, wenn wir eine Kraft ausüben, und der Körper, auf den wir wirken, sich in der Richtung der Kraft verschiebt. Diese Arbeit rechnen wir um so gröfser, je gröfser die Kraft ist, und ebenfalls um so gröfser, je länger der zurückgelegte Weg ist. Die Gröfse der Arbeit setzen wir sowohl der Gröfse der Kraft als auch der Gröfse des durchlaufenen Weges proportional.

Dies angenommen, liegt es nahe, eine Einheit der Arbeit einzuführen. Wir wählen als solche die Arbeit, die wir leisten, wenn die Kraft 1 Dyn und der Weg 1 cm ist. Diese Einheit nennen wir ein **Erg**, und es ist nun leicht, in jedem Falle anzugeben, wieviel dieser Einheiten die geleistete Arbeit beträgt. Ist z. B. die Kraft 7 Dyn und der zurückgelegte Weg 3 cm, dann ergiebt sich die Gröfse der Arbeit in folgender Weise. Wäre die Kraft 1 Dyn, und der Weg 1 cm, so würde die Arbeit 1 Erg sein. Wäre dagegen die Kraft 7 Dyn, der Weg aber noch 1 cm, dann würde die Arbeit, da sie der Kraft proportional gerechnet wird, siebenmal so viel als im ersten Falle, d. h. 7 Erg betragen. Und wirkt nun dieselbe Kraft über eine dreimal so grofse Strecke, dann wird auch die Arbeit dreimal so grofs sein, also gleich $3 \times 7 = 21$ Erg.

Ist die Kraft, welche wir ausüben, $K$ Dyn, und beträgt die Verschiebung $s$ cm, dann ist die Arbeit

$$Ks \text{ Erg}^{1}).$$

---

[1]) Wenn sich während der Bewegung die Gröfse der Kraft ändert, teilt man den zurückgelegten Weg in so kleine Stücke, dafs die Kraft, während eins derselben durchlaufen wird, als konstant angesehen werden kann. Man multipliziert die Länge von jedem Teil des Weges mit der Gröfse der Kraft, wie sie am Anfang dieses Teiles war, und addiert dann sämtliche so erhaltene Produkte. Man kann auch, zuweilen ganz genau, zuweilen annähernd, die Arbeit berechnen, indem man den zurückgelegten Weg mit dem Mittel der gröfsten und kleinsten Kraft multipliziert.

Fällt die Richtung der Bewegung nicht mit der Richtung der Kraft zusammen, so zerlegt man diese in zwei Komponenten, von denen die eine in die Bewegungsrichtung fällt, die andere auf ihr senkrecht steht. Die Arbeit wird dann so berechnet, als ob nur die erste Komponente vorhanden wäre.

Dies ist alles willkürlich festgesetzt. Wozu es dient, wird alsbald klar werden.

Wir wollen die Ausdrucksweise, deren wir uns bedienen wollen, noch etwas näher feststellen. Zunächst sagen wir, dafs wir die Arbeit, deren Gröfse wir nach der angegebenen Regel bestimmen, auf den betreffenden Körper, z. B. auf den Hobel oder das Gewicht, welches wir heben, thun [1]). Ferner bedenken wir, dafs ebensogut wie wir selbst auch ein anderer Körper eine Kraft auf einen Gegenstand ausüben kann. Es ist also natürlich, wenn eine Verschiebung stattfindet, zu sagen, dafs auch dieser andere Körper eine Arbeit verrichtet. Stellen Sie sich z. B. vor, dafs zwei Kugeln auf einem Tisch liegen, und, während sie miteinander in Berührung sind, sich nach derselben Seite hin bewegen. Wenn dann der erste Körper den zweiten durch die Kraft, die er auf ihn ausübt, vor sich hin drückt, wird er selbst dadurch verzögert. Der erste ist hierbei der wirksame Körper. Wir sagen, dafs dieser auf den zweiten Arbeit thut, und vom zweiten sagen wir, dafs auf ihn Arbeit gethan wird. Die Gröfse dieser Arbeit berechnen wir immer durch die mitgeteilte Formel.

So thut ein komprimiertes Gas Arbeit auf einen Kolben, den es forttreibt, ebenso der Wasserdampf auf den Kolben einer Dampfmaschine, der Wind auf die Flügel einer Windmühle und das fliefsende Wasser auf die Schaufeln eines Rades. Derselben Redensart bedienen wir uns, wenn eine ausgereckte Spiralfeder sich wieder zusammenzieht und dadurch einen Gegenstand, der an dem einen Ende befestigt ist, in Bewegung bringt. Auch von dem sinkenden Gewicht einer Uhr sagen wir, dafs es auf das Seil, an dem es hängt, und durch dessen Vermittelung auf das Räderwerk Arbeit thut. In den beiden letzten Beispielen drückt zwar der eine Körper nicht gegen den anderen, aber von einer Arbeit wird immer gesprochen, wie auch die Richtung der Kraft ist, die der wirkende Körper ausübt, wenn nur die Verschiebung in der Richtung der Kraft stattfindet. Wie Sie sehen, findet die gewählte Ausdrucksweise eine sehr ausgedehnte Anwendung. Wir wollen uns jedoch auf die Fälle beschränken, in denen die Körper bei der Berührung aufeinander wirken — sich also nicht aus der Entfernung anziehen oder abstofsen — und die Teile, die miteinander in Berührung sind, sich gleichviel in der Richtung der Kraft verschieben.

Und nun möchte ich Sie sofort mit dem allgemeinen Naturgesetz bekannt machen, welches ich für diesen letzten Abend aufgespart habe, ein Gesetz, welches sehr einfach klingt, obwohl langwierige Untersuchungen nötig gewesen sind, um sich von der allgemeinen Gültig-

[1]) Auf Wunsch des Verf. habe ich die Redensart arbeid doen op een lichaam, Arbeit auf einen Körper thun, beibehalten, obgleich sie im Deutschen vielleicht noch weniger als im Holländischen gebräuchlich ist. Aber sie hat, wie der Verf. mit Recht bemerkt, den Vorzug der Kürze und erhöht die Leichtigkeit der Darstellung. Anm. d. Uebers.

keit desselben zu überzeugen. Die aufmerksame Betrachtung von Erscheinungen wie die soeben genannten und von vielen anderen, hat zwei Dinge überzeugend bewiesen. Niemals kann Arbeit auf einen Körper gethan werden — der nicht zugleich Arbeit auf etwas anderes thut — ohne dafs sich der Zustand desselben verändert. Ebensowenig kann jemals durch einen Körper Arbeit geleistet werden — vorausgesetzt, dafs nicht zugleich Arbeit auf ihn gethan wird — ohne dafs der Zustand dieses Körpers eine Veränderung erleidet. Die Veränderungen in den beiden Fällen sind von entgegengesetzter Richtung. Die so oft als Beispiel benutzte Spiralfeder verändert ihre Länge, wenn wir Arbeit auf sie thun, und kehrt in den ursprünglichen Zustand zurück, wenn sie nachher selbst der aktive Körper ist.

Dies alles ist so einfach, dafs es fast überflüssig erscheint, es ausdrücklich zu sagen. Wer könnte auch nur einen Augenblick denken, dafs unsere Spiralfeder, während sie an dem einen Ende befestigt ist, mit dem anderen Ende etwas in Bewegung setzen könnte, wenn sie selbst nicht ihre Länge änderte? Und doch hat man lange Zeit, nicht infolge eines weniger klaren Urteils, sondern infolge einer mangelhaften Kenntnis der Naturerscheinungen, nach einem *perpetuum mobile* gesucht, und dieses sollte eine Vorrichtung sein, welche eine Arbeit verrichten konnte, ohne dafs sich sein Zustand veränderte, oder wenigstens, ohne dafs dies auf die Dauer der Fall war, also eine Vorrichtung, die eine Zeit lang Arbeit verrichten sollte und dann, ohne dafs von aufsen Arbeit auf sie gethan wurde, in den ursprünglichen Zustand zurückkehren sollte und also von neuem anfangen könnte. Gegenwärtig können wir sagen, dafs so etwas ein Hirngespinst ist. Wenn ein Körper eine Arbeit verrichtet, verändert er sich so, dafs er je länger, je weniger imstande ist, dies noch weiter zu thun, mit anderen Worten, wenn uns ein Körper in einem bestimmten Zustande gegeben ist, so kann er nur eine ganz bestimmte Arbeit verrichten, oder er hat, wie man sagt, ein beschränktes Arbeitsvermögen, eine beschränkte Energie. Leistet nun der Körper wirklich eine Arbeit von einer bestimmten Anzahl von Erg, dann vermindert sich sein Arbeitsvermögen um gerade denselben Betrag. In diesem Satze sehen wir nun etwas zum Vorschein kommen, was begreiflicherweise von grofsem Nutzen sein kann, wenn es auf etwas verwickelte Fälle angewandt wird. Wir wissen jetzt, dafs, wenn wir einen Körper in zwei verschiedenen Zuständen kennen, diese beiden Zustände durch ungleiche Beträge von Energie gekennzeichnet sind, und dafs der Unterschied gleich einer bestimmten Anzahl von Erg sein mufs.

Wie ich bereits sagte, haben die Veränderungen in einem Körper, wenn er selbst Arbeit verrichtet, die entgegengesetzte Richtung, als wenn Arbeit auf ihn gethan wird. Nimmt im ersten Falle das Arbeitsvermögen ab, so nimmt es im zweiten zu, und zwar um ebensoviel, als die auf den Körper gethane Arbeit beträgt. Hierdurch

kommt nun die Beziehung zwischen zwei Körpern, von denen der eine Arbeit auf den anderen thut, in ein neues Licht. Das Arbeitsvermögen des wirksamen Körpers nimmt um soviel ab, als die Arbeit beträgt, dasjenige des „bearbeiteten" Körpers, wenn ich ihn so nennen darf, wird um ebensoviel vermehrt, und so bleibt die Summe des Arbeitsvermögens beider Körper unverändert. Wir sagen mit einer bildlichen Bezeichnung, die Sie nicht unnatürlich finden werden, dafs der eine Körper an den anderen Arbeitsvermögen abgegeben hat. Weiter dehnen wir diese Auffassung auf alle Erscheinungen aus, auch auf diejenigen, an denen mehr als zwei Körper beteiligt sind. Es kann sein, dafs ein Körper auf zwei oder mehr andere zugleich Arbeit thut. Dann giebt er an diese alle aus seinem Vorrat eine gewisse Menge Arbeitsvermögen ab. In anderen Fällen erhält ein Körper Arbeitsvermögen von einer Anzahl anderer, die alle auf ihn einwirken. Auch kann es geschehen, dafs ein Körper, während von einem zweiten Arbeit auf ihn gethan wird, selbst wieder Arbeit auf einen dritten thut. Dann wird er ebensoviel Arbeitsvermögen behalten, als er hatte, und er ändert seinen Zustand vielleicht überhaupt nicht. Kurz, wir kommen zu der Einsicht, dafs in der Welt eine bestimmte Summe von Energie vorhanden ist, deren Betrag trotz des fortwährenden Austausches unverändert bleibt.

Es wird Zeit, dafs wir diese allgemeinen Betrachtungen beschliefsen und bestimmte Fälle ins Auge fassen. Wir werden dabei bemerken, dafs ein Körper aus verschiedenen Gründen ein Arbeitsvermögen haben kann. Wir wollen daher verschiedene Arten oder Formen von Arbeitsvermögen oder Energie unterscheiden.

Betrachten Sie zunächst das Gewicht einer Uhr. Nehmen Sie an, es wiege $P$ Dyn und befinde sich $h$ cm über dem tiefsten Punkt, den es erreichen kann. Dann kann es das Seil um diesen Abstand nach unten ziehen, und da es eine Kraft von $P$ Dyn ausübt, so kann es eine Arbeit von

$$Ph \text{ Erg}$$

verrichten. So grofs ist also das Arbeitsvermögen des Gewichtes in der Höhe $h$. In derselben Weise können wir das Arbeitsvermögen jedes beliebigen Körpers berechnen, der sich in einer gewissen Höhe befindet. Unter $h$ verstehen wir den Abstand, um den der Körper sinken kann, also die Höhe über der einen oder anderen horizontalen Ebene, unter die der Körper bei seinen Bewegungen niemals kommt.

Ein Arbeitsvermögen, welches ein Körper der Lage, die er einnimmt oder die seine Teilchen einnehmen, verdankt, wird zur Unterscheidung Arbeitsvermögen der Lage oder potentielle Energie genannt. Wollen wir es für ein System von Körpern berechnen, dann multiplizieren wir das Gewicht eines jeden derselben mit der Höhe

über einer bestimmten horizontalen Ebene, und addieren die Produkte. Natürlich kann man so auch die Energie der Lage eines Körpers von einer gewissen Ausdehnung, z. B. einer Flüssigkeitsmasse, berechnen, wenn man die Höhe eines jeden Teilchens besonders in Rechnung bringt.

Eigentlich ist es nicht ganz richtig, die Energie der Lage in dem soeben betrachteten Fall dem Gewicht allein zuzuschreiben. Es besteht zwischen diesem Körper und der Erde eine gegenseitige Anziehung, die zur Folge hat, dafs bei dem Fallen des Gewichtes die Erde — wenn auch über eine unmerkliche Strecke — diesem entgegenkommt. Streng genommen müssen wir also sagen, dafs das System, welches aus der Erde und dem Gewicht besteht, ein Arbeitsvermögen der Lage hat, und wenn wir die Ursache der Anziehung in dem Zustande des zwischenliegenden Mediums suchen, so mufs auch dieses noch mit in Rechnung gezogen werden. Der Sitz des Arbeitsvermögens ist da, wo Veränderungen stattgefunden haben, und dies würde dann gerade in dem Medium der Fall sein[1]). Aber so sehr brauchen wir nicht immer der Sache auf den Grund zu gehen, und wir können, ohne uns in die Einzelheiten des Mechanismus zu vertiefen, sagen, dafs im allgemeinen zwei Körper, die sich einander anziehen, die Erde und ein Stein oder zwei Himmelskörper oder auch zwei Moleküle oder Atome oder Elektronen, ein Arbeitsvermögen der Lage haben, welches um so gröfser ist, je weiter sie voneinander entfernt sind. Was von zwei Körpern gilt, gilt auch für eine beliebige Anzahl von Körpern oder Teilchen, z. B. vom ganzen Planetensystem oder von sämtlichen aufeinander wirkenden Molekülen einer Flüssigkeit oder einer Gasmasse. Wenn anziehende Kräfte vorhanden sind, so nimmt die potentielle Energie mit Verkleinerung der gegenseitigen Entfernungen ab. Wirklich kann die Annäherung der sich gegenseitig anziehenden Körper dazu dienen, das System Arbeit auf etwas anderes thun zu lassen.

Dafs auch abstofsenden Kräften eine potentielle Energie entspricht, und dafs diese um so gröfser ist, je näher die Körper bei einander sind (es mufs Arbeit geleistet werden, um sie näher zusammenzubringen), bedarf keiner weiteren Erklärung. Auch wird es Ihnen klar sein, dafs wir es bei unserer ausgereckten Feder mit Energie zu thun haben, die eine Folge der zwischen den Teilchen wirksamen Kräfte ist und von der Lage der Teilchen abhängt. Auch hier sprechen wir daher von potentieller Energie.

[1]) Es wird nun auch klar sein, warum oben (S. 108) angenommen wurde, dafs die Körper nur bei Berührung aufeinander wirken. Ziehen sie sich aus der Entfernung an, so hat wohl das System der beiden Körper ein gewisses Arbeitsvermögen, allein wir können dieses nicht in zwei Teile teilen, von denen der eine dem ersten und der andere dem zweiten Körper angehört. Soll aber die Energie des Systems unverteilt bleiben, so hat es auch keinen Sinn, zu sagen, dafs der eine Körper Arbeitsvermögen an den anderen abgiebt. Natürlich würde man sagen können, dafs der eine der beiden Körper Energie an das Medium abgiebt und von diesem empfängt.

Auch bei diesen verwickelteren Beispielen von Energie der Lage kann man, wenn man die Gröfse der Kräfte kennt, die die Körper oder die Teilchen aufeinander ausüben, für jede gegenseitige Lage berechnen, wie grofs die Energie der Lage ist, nur ist die Berechnung nicht so einfach wie bei dem Gewicht, welches wir soeben betrachtet haben.

Wir kommen nun zu einer zweiten, nicht weniger wichtigen Form von Energie. Wenn wir Arbeit auf einen Körper thun, so kann die Folge davon sein, dafs dieser eine gewisse Geschwindigkeit annimmt. Er hat dann auch wieder Arbeitsvermögen bekommen, denn ein in Bewegung befindlicher Körper kann etwas anderes in Bewegung setzen oder eine andere Veränderung bewirken.

So ist es eine Folge der Geschwindigkeit, dafs die Luft eine Mühle oder ein Wasserstrom ein Rad bewegen kann, ebenso dafs eine Gewehrkugel die Arbeit verrichten kann, die nötig ist, um etwas zu zerschmettern. Wir wollen die Gröfse dieses Arbeitsvermögens der Bewegung oder der kinetischen Energie berechnen. Ich will Ihnen beweisen, dafs es für einen Körper, dessen Masse $m$ Gramm ist und der sich mit einer Geschwindigkeit von $v$ cm pro Sekunde bewegt,

$$^1/_2\, m v^2 \text{ Erg}$$

ist.

Am einfachsten wird es sein, wenn ich Ihnen beweise, dafs es uns eine Arbeit von so viel Erg kostet, um dem Körper die Geschwindigkeit $v$ zu erteilen. Wir können dies thun, indem wir eine Kraft von unveränderlicher Gröfse eine gewisse Zeit, z. B. $t$ Sekunden lang, ausüben. Natürlich müssen wir, wenn gerade die verlangte Geschwindigkeit von $v$ cm pro Sekunde erhalten werden soll, die Gröfse der Kraft richtig wählen. Die Geschwindigkeit, die pro Sekunde gegeben wird, oder die Beschleunigung, mufs $\frac{v}{t}$ betragen, und folglich mufs die Kraft

$$K = m\, \frac{v}{t} \text{ Dyn}$$

sein. Während nun die Kraft wirkt, legt der Körper einen gewissen Weg, etwa $s$ cm, zurück. Diesen finden wir, indem wir uns erinnern, dafs der Weg bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung gerade so grofs ist, als ob fortwährend eine Geschwindigkeit bestanden hätte, die das Mittel zwischen der Anfangs- und der Endgeschwindigkeit ist. Nun ist die Geschwindigkeit, wenn die Kraft anfängt zu wirken, 0, und wenn sie aufhört zu wirken, $v$. Das Mittel ist also $^1/_2\, v$, woraus folgt

$$s = {}^1/_2\, v t.$$

Die Arbeit ist nun

$$Ks \text{ Erg}$$

oder

$$m \frac{v}{t} \times {}^1/_2 vt = {}^1/_2 mv^2 \text{ Erg.}$$

Durch eine ähnliche Schlufsfolgerung kann man beweisen, dafs auch umgekehrt, wenn der Körper auf einen anderen Arbeit thut und dabei seine Geschwindigkeit vollständig verliert, die Arbeit diesen Betrag hat. Wir haben also wirklich das Arbeitsvermögen der Bewegung berechnet. Lassen wir den Körper Arbeit verrichten, aber nicht so lange, bis seine Bewegung vollständig erschöpft ist, dann ist die geleistete Arbeit genau gleich der Verminderung der kinetischen Energie. Hat z. B. ein Körper, dessen Masse 1000 g beträgt, erst eine Geschwindigkeit von 100 cm pro Sekunde, und nachdem er einen anderen Körper eine gewisse Strecke weit fortgezogen oder fortgedrückt hat, noch eine Geschwindigkeit von 30 cm pro Sekunde, dann ist die kinetische Energie von ${}^1/_2 \times 1000 \times 100^2 = 5\,000\,000$ auf ${}^1/_2 \times 1000 \times 30^2 = 450\,000$ Erg gesunken. Die geleistete Arbeit ist dann $5\,000\,000 - 450\,000 = 4\,550\,000$ Erg.

In welcher Richtung sich der Körper bewegt, ist bei dieser Frage nach dem Arbeitsvermögen der Bewegung gleichgültig. Eine Kugel, die schief in die Höhe fliegt, kann vermöge ihrer Geschwindigkeit durch den Stofs gegen den einen oder anderen Gegenstand dieselbe Wirkung hervorbringen wie eine Kugel, die sich in horizontaler Richtung bewegt. Auch die Natur des Körpers thut nichts zur Sache. Wenn wir die Geschwindigkeit eines Baches und damit die Menge Wasser kennen, die in einer bestimmten Zeit einen Durchschnitt senkrecht zur Länge passiert, dann berechnen wir vermittelst der Formel das Arbeitsvermögen, welches uns der Bach in dieser Zeit liefert, d. h. die Arbeit, die er im günstigsten Falle, wenn alles Wasser zum Stillstehen gebracht würde, leisten würde.

So haben wir zwei Hauptarten von Arbeitsvermögen kennen gelernt. Ein und derselbe Körper kann sie beide besitzen und er hat dann eine Gesamtenergie, die gleich der Summe dieser beiden ist. Solange er dann keine Arbeit verrichtet, und auch keine Arbeit auf ihn gethan wird, bleibt das gesamte Arbeitsvermögen unverändert, was aber nicht ausschliefst, dafs Veränderungen stattfinden können und dafs dabei der eine Teil des Arbeitsvermögens, allerdings auf Kosten des anderen zunehmen kann. So wird ein Körper, der frei im luftleeren Raum fällt, und also nicht, wie das langsam sinkende Gewicht der Uhr, etwas anderes in Bewegung setzt, zwar Arbeitsvermögen der Lage verlieren, aber ebensoviel kinetische Energie bekommen. Und bei dem gewöhnlichen Pendel findet eine fortwährende Umsetzung des einen Teils der Energie in den anderen statt. Geht die schwingende

Kugel aus ihrer äufsersten Lage nach der Gleichgewichtslage, dann nimmt die potentielle Energie ab, aber da die Geschwindigkeit zunimmt, wird die kinetische Energie gröfser. In dem Augenblick, wenn die Gleichgewichtslage passiert wird, ist genau so viel kinetische Energie gewonnen, als potentielle verloren gegangen ist. Beim Steigen verschwindet nun wieder das Arbeitsvermögen der Bewegung und das Arbeitsvermögen der Lage wächst, da die Kugel auf die ursprüngliche Höhe steigt, wieder zu dem Wert an, den es anfangs hatte.

Zur Erläuterung kann dienen, dafs die Geschwindigkeit in der Gleichgewichtslage etwas mehr als 140 cm pro Sekunde beträgt, wenn sich die Kugel in den äufsersten Lagen 10cm über der Gleichgewichtslage befindet. Ist die Masse 1 g, also das Gewicht 981 Dyn, dann ist das Arbeitsvermögen der Lage im höchsten Punkt $981 \times 10 = 9810$ Erg mehr als in dem tiefsten. So grofs ist auch die kinetische Energie ($^1/_2 \times 140^2$), die der gröfsten Geschwindigkeit entspricht.

Mit Hülfe unseres Gesetzes von der Erhaltung des Arbeitsvermögens begreifen wir nun auch leicht diese Erscheinung, die bereits von Galilei beschrieben wurde. Wir heben die Kugel des Pendels etwas in die Höhe und lassen sie dann los, aber wir halten einen horizontalen Stab senkrecht auf die Schwingungsebene in einer solchen Lage, dafs der Faden in dem Augenblick, wenn er durch die vertikale Lage geht, dagegen kommt. Die schwingende Kugel kann dann nicht auf demselben Kreisbogen steigen, den sie sonst durchlaufen würde. Sie wird gezwungen, einen Bogen mit kleinerem Radius zu beschreiben, dessen Mittelpunkt derjenige Punkt ist, in welchem der Stab den Faden berührt. Dennoch steigt sie, und darum ist es uns jetzt zu thun, auf dieselbe Höhe, die sie zuerst hatte. Dafs dies so sein mufs, ist leicht einzusehen. Da ich den Stab stillhalte, thue ich keine Arbeit auf das Pendel. Daher mufs das Arbeitsvermögen desselben unverändert bleiben, was nur möglich ist, wenn die Kugel in dem Augenblick, wenn ihre Geschwindigkeit erschöpft ist, wieder dieselbe potentielle Energie und also dieselbe Höhe hat, die sie hatte, als wir sie losliefsen.

Ich kann nun aber leicht die Bewegung so verändern, dafs die Kugel auf eine gröfsere oder eine kleinere Höhe emporsteigt. Dazu brauche ich nur den Faden, nachdem er gegen den Stab gekommen ist, mit diesem zurückzutreiben oder den Stab von dem Faden hinwegdrücken zu lassen. In dem einen Fall thue ich Arbeit auf das Pendel, in dem anderen lasse ich dieses Arbeit auf den Stab thun. Sie sehen, wie unserer Erwartung entsprechend das Arbeitsvermögen des Pendels vergröfsert oder verkleinert wird.

Lasse ich die an einem Faden aufgehängte Kugel gegen einen zweiten derartigen Körper stofsen, so wird er auf diesen eine Arbeit thun und also Arbeitsvermögen der Bewegung verlieren. Sind hier-

bei die beiden Kugeln gleich grofs und vollkommen elastisch, dann bleibt nach dem Stofs die erste in Ruhe, und die zweite nimmt die Geschwindigkeit der ersten an. Das volle Arbeitsvermögen der Bewegung wird dann von dem einen Körper an den andern abgegeben. Eine derartige Mitteilung von Arbeitsvermögen, aber immer wieder an einen neuen Körper, beobachten wir bei diesen sechs Elfenbeinkugeln, die an gleich langen Fäden so aufgehängt sind, dafs sie sich in der Gleichgewichtslage einander berühren und dafs die Mittelpunkte dann auf einer horizontalen geraden Linie liegen. Hebe ich die erste Kugel etwas in die Höhe und lasse sie dann in der Richtung dieser Linie gegen die zweite stofsen, dann sieht man die letzte Kugel in die Höhe springen. Diese hat vorübergehend das ganze Arbeitsvermögen bekommen, welches wir der ersten gegeben hatten.

Wir wollen bei diesem Stofse elastischer Kugeln noch bemerken, dafs die Gröfse des Arbeitsvermögens, das die eine der anderen mitteilt, immer wieder gleich der Arbeit ist, die sie darauf thut, und dafs diese Arbeit gefunden werden könnte, indem man die Länge des Weges mit der mittleren Gröfse der Kraft multipliziert. Der Abstand, um den sich der Berührungspunkt während der kurzen Zeit des Stofses fortbewegt, ist allerdings äufserst klein, aber wir wissen von früher, dafs die Kraft, welche die eine Kugel auf die andere ausübt, sehr grofs ist.

Die Mitteilung von Arbeitsvermögen bei dieser Reihe von Elfenbeinkugeln führt uns zu der Bemerkung, dafs bei jeder Fortpflanzung einer Gleichgewichtsstörung eine gewisse Menge Energie von dem einen Teil des Körpers auf den anderen übergeht. Wenn ich z. B. das eine Ende eines langen gespannten Seils mit der Hand hin und her bewege, so thue ich fortwährend Arbeit auf das Seil und vermehre das Arbeitsvermögen desselben, das wir in den sich weiter und weiter ausbreitenden Wellen haben. Und ebenso wie meine Hand auf den Anfang des Seiles Arbeit thut, so thut jeder Teil des Seiles Arbeit auf den nächstfolgenden Teil und überträgt auf diesen die Energie, die er soeben selbst empfangen hat. Wenn aber der feste Haken in der Wand, an dem das entfernte Ende befestigt ist, von den Schwingungen erreicht wird, dann hört das Fortschreiten des Arbeitsvermögens auf. Es kehrt mit den reflektierten Schwingungen zurück. Es kann ja, wenn der Haken vollkommen unbeweglich ist, auf denselben keine Arbeit gethan werden. Wenn ein Seil, wie eine gespannte Saite, mit beiden Enden an unbeweglichen Punkten befestigt ist, so kann es an diesen Stellen keine Energie empfangen oder abgeben. Die einmal vorhandene Energie kann dann nur an die Luft abgegeben werden. Wenn wir hiervon absehen dürfen, so beschränkt sich alles auf eine Umsetzung von potentieller Energie in kinetische und umgekehrt, gerade so wie bei dem Pendel.

Vertauschen Sie nun in Gedanken die hin und her gehende Hand durch schwingende Elektronen, und das Seil durch den Äther, und Sie haben die Ausstrahlung von Licht und Wärme. Die Elektronen thun nun Arbeit auf den Äther, indem sie in diesem die Gleichgewichtsstörungen erregen, von denen wir früher gesprochen haben, und ebenso thut der eine Teil des Äthers, während er seine Energie überträgt, Arbeit auf den anderen. Dem festen Haken bei den Seilschwingungen würde jetzt eine vollkommen spiegelnde Oberfläche entsprechen. Dringen aber die Strahlen in einen wägbaren Körper ein, der nicht vollkommen durchsichtig ist, dann werden sie in diesem Körper zum Teil absorbiert. Während der Äther Arbeit auf den Körper thut, wird das in diesem Körper vorhandene Arbeitsvermögen vergrößert.

Vielfältig sind die Veränderungen, die dann in dem Körper stattfinden können. Vielleicht ist es eine photographische Platte, in welcher chemische Wirkungen vor sich gehen. Atome werden voneinander getrennt und bekommen eine größere potentielle Energie, als sie vorher hatten. In vielen Fällen besteht die Wirkung der absorbierten Strahlen nur darin, daß der Körper erwärmt wird. Es ist dann die kinetische Energie der Molekularbewegung, die zugenommen hat.

Dieses Arbeitsvermögen der kleinen Teilchen der Materie können wir auch direkt dadurch vermehren, daß wir selbst Arbeit verrichten. Sie erinnern sich, wie wir ein Gas durch Zusammendrücken erwärmen können. Wir stellten uns dies so vor, daß die Moleküle bei ihrem Anprallen gegen den Kolben mit größerer Geschwindigkeit, als sie vorher hatten, zurückgeworfen werden. Wir können jetzt auch sagen, daß wir auf den Kolben Arbeit thun, daß wir diesem Energie mitteilen, die dann von ihm auf die Gasmoleküle übertragen wird. Um soviel dabei das Arbeitsvermögen des Körpers des Experimentierenden kleiner wird, um ebenso viel wird das Arbeitsvermögen des Gases größer. Wenn wir alles sehen könnten, was im Innern des Cylinders vor sich geht, so würden wir für jedes Molekül, ja auch für jedes Atom und Elektron die kinetische Energie mit Hülfe der Formel $^1/_2\, mv^2$ berechnen können. Wir würden ebenso feststellen können, wie viel Arbeitsvermögen der Lage die Teilchen, aus denen die Moleküle aufgebaut sind, in Bezug aufeinander haben. Wenn man dies alles zusammenzählt, würde man finden, wie viel Erg die Energie des Gases im ganzen beträgt, und es würde die Zunahme derselben bei der Zusammendrückung angegeben werden können. Es würde sich zeigen, daß diese genau gleich der Arbeit ist, die man verrichtet.

In derselben Form, wie bei dem Zusammendrücken eines Gases, nämlich als Energie der kleinsten Teilchen der Materie, in der Form, die wir mit dem Namen „Wärme“ bezeichnen, kommt das Arbeitsvermögen zum Vorschein, wenn wir zwei Körper aneinander reiben und so eine Arbeit auf sie thun, die wir wieder aus der Größe

der Kraft und dem durchlaufenen Weg berechnen können. Dasselbe findet beim Stofse zwischen Körpern statt, die nicht vollkommen elastisch sind und daher nach dem Stofse nicht mit derselben Geschwindigkeit auseinander gehen wie vollkommen elastische Körper. Überhaupt, wenn sichtbare Bewegungen durch einen Widerstand vernichtet werden und es auf den ersten Blick scheint, als ob die Energie dieser Bewegungen verloren gegangen sei, so beweist uns die entwickelte Wärme, dafs das Arbeitsvermögen nicht verschwunden, sondern nur aus dem Gebiet der sichtbaren in das der unsichtbaren Bewegungen übergegangen ist.

Was geschieht nun, wenn ich einen Körper erhitze, indem ich ihn mit einer Flamme in Berührung bringe? Die Flamme thut dann Arbeit auf den Körper, aber offenbar in ganz anderer Weise, als der nach innen getriebene Kolben auf das Gas. Nicht alle gemeinschaftlich durch eine Bewegung nach derselben Seite sind die Moleküle oder Atome der Flamme wirksam, sondern so, dafs jedes derselben gleichsam für sich arbeitet. Jedes thut Arbeit auf die Teilchen des Gegenstandes, die in seinem Bereiche liegen, und teilt ihnen in ähnlicher Weise Arbeitsvermögen mit, wie bei dem Stofse die eine elastische Kugel Energie an die andere abgiebt. Diese eigentümliche Art von Arbeitsleistung oder Energieübertragung ist es, die wir „Mitteilung von Wärme" zu nennen gewohnt sind.

Sie fühlen, wie wichtig es für unsere Naturkenntnis ist, zu wissen, wie viel Arbeitsvermögen auf einen Körper übertragen werden mufs, um seine Temperatur um einen bestimmten Betrag zu erhöhen. Wir können die Frage so stellen: Wie viel Erg sind erforderlich, um die Temperatur von einem Gramm Wasser um 1° C., z. B. von 15° auf 16° C. zu erhöhen? Wenn wir dies wissen, dann haben wir auch die Antwort auf andere derartige Fragen. Man hat nämlich durch Messungen das Verhältnis ermittelt, in welchem die Wärmemenge, die man zu dem soeben genannten Zweck einem Gramm Wasser zuführen mufs und die man als Wärmeeinheit (*Kalorie*) gewählt hat, zu denjenigen Wärmemengen steht, die für andere Veränderungen erforderlich sind. So hat man z. B. gefunden, dafs für die Erwärmung von einem Gramm Kupfer von 15° auf 16° C. 0,094, und für das Schmelzen von einem Gramm Eis 79 Wärmeeinheiten nötig sind, ferner, dafs man einem Gramm Wasser von 100° C. 537 Kalorien zuführen mufs, um es in gesättigten Dampf von derselben Temperatur zu verwandeln. Wenn man nun weifs, welcher Anzahl von Erg die Wärmeeinheit entspricht, so bietet es keine Schwierigkeit, vermittelst dieser Zahlen die Energie von kaltem und warmem Kupfer, die von Eis und Wasser, die von Wasser und Dampf miteinander zu vergleichen.

Für die Anzahl von Erg, die der genannten Wärmeeinheit entspricht, hat man 41 900 000 gefunden. Dies entspricht dem Arbeits-

vermögen der Lage, das ein Körper von einem Gramm (also von einem Gewicht von 981 Dyn) auf einer Höhe von 427 m hat. Wenn also ein Gramm Wasser von dieser Höhe herabfiele und die gesamte Energie, welche es besitzt, durch das Auffallen auf den Boden in Wärme umgesetzt würde, und wenn dann die erzeugte Wärme im Wasser bliebe, so würde die Temperatur des Wassers um 1° C. steigen.

Die Kenntnis der Anzahl von Arbeitseinheiten, die in einer Kalorie enthalten sind, das sogenannte „mechanische Äquivalent der Wärmeeinheit" oder „mechanische Wärmeäquivalent", verdanken wir den Untersuchungen zahlreicher Beobachter, deren Werk zum besten gehört, was uns die Experimentatoren des 19. Jahrhunderts gegeben haben. Die Übereinstimmung der auf verschiedenen Wegen erhaltenen Resultate lehrt uns, dafs z. B. keine Rede davon sein kann, dafs bei der Reibung unter verschiedenen Umständen in dem einen Falle eine der verrichteten Arbeit entsprechende Wärmemenge entstehen könne, in dem anderen dagegen nicht. Diese Übereinstimmung bildet also einen sehr wertvollen Beweis für das Gesetz der Erhaltung der Energie.

Hier darf ich wohl die Bemerkung machen, dafs ein solcher Beweis durchaus nicht überflüssig ist. Ich habe der Deutlichkeit halber meine Auseinandersetzungen vielleicht zu sehr so eingekleidet, dafs Sie den Eindruck bekommen konnten, dafs alles, was ich gesagt habe, sehr natürlich und fast selbstverständlich ist. Dies ist jedoch keineswegs der Fall. Dafs ein Körper auf die Dauer keine Arbeit verrichten kann, wenn ihm nicht von aufsen Arbeitsvermögen zugeführt wird, dafs ein perpetuum mobile unmöglich ist, ja selbst dafs die Schwerkraft nie, welche Kunstgriffe man auch anwenden mag, bewirken kann, dafs ein Körper auf eine gröfsere Höhe steigt als die, von der er herabgekommen ist, konnte mit Sicherheit nur aus dem sorgfältigen und eingehenden Studium der Wirklichkeit abgeleitet werden.

Mit der Kenntnis des mechanischen Wärmeäquivalentes ausgerüstet, messen wir nun in vielen Fällen den Betrag des Arbeitsvermögens dadurch, dafs wir es in Wärme umsetzen und die Temperaturerhöhung bestimmen, die eine gewisse Menge Wasser dadurch erfährt. Wir lassen die Sonnenstrahlen auf ein mit Wasser gefülltes Metallgefäfs fallen, das zur Vermeidung der Zurückwerfung an der Aufsenseite mit Rufs bedeckt ist, und die Temperaturerhöhnng lehrt uns die Menge der Energie kennen, die in einer bestimmten Zeit auf eine gewisse Oberfläche, z. B. ein Quadratcentimeter, fällt. So bekommen wir eine Vorstellung davon, welche Arbeit wir mit den Sonnenstrahlen verrichten könnten, wenn wir ihre Energie vollständig ausnützen könnten, auch eine Vorstellung von der unermefslichen Menge Energie, die unser Planet jahraus jahrein von der Sonne empfängt, von dieser Energie, die das Wachsen der Pflanzen bewirkt,

die die Winde erzeugt, das Wasser auf die Gipfel der Berge führt und von der alle Bewegung und alles Leben auf der Erde abhängig ist.

Während wir so die grofse Bedeutung der in der Sonne aufgespeicherten Energie erkennen, fällt es uns auf, wie wenig sparsam die Natur mit diesem Vorrat umgeht. Nur ein verschwindender Teil der gesamten Ausstrahlung der Sonne kommt der Erde und den anderen Planeten, die sich von der Sonne aus gesehen als kleine Scheibchen am Himmelsgewölbe darstellen würden, zu gute. Ein unermefslich viel gröfserer Teil geht nach immer weiter entfernten Teilen des Weltalls, von wo er, so viel wir wissen, niemals zurückkehrt. Für uns ist er verloren. Vielleicht fangen Bewohner eines anderen Sonnensystems etwas davon auf, ebenso wie wir etwas von der Energie, die uns von den Sonnen der Milchstrafse zugesandt wird, auf unserer Netzhaut und auf unseren photographischen Platten aufnehmen.

Welche Veränderungen in der Sonne vor sich gehen, durch die sie in den Stand gesetzt ist, fortwährend Energie auszustrahlen, und welches Los infolge der Erschöpfung dieses Vorrates in einer fernen Zukunft dem Planetensystem beschert sein mag, dies sind Fragen, auf die wir nicht eingehen wollen. Wir brauchen uns übrigens diese nicht zu stellen, um einzusehen, dafs das Gesetz von der Erhaltung des Arbeitsvermögens uns keineswegs das ewige Fortbestehen des gegenwärtigen Zustandes der Welt gewährleistet.

Wir haben uns vorhin vorgestellt, dafs wir die kinetische Energie der hin und her fliegenden Moleküle eines Gases dadurch berechneten, dafs wir für jedes Teilchen den Wert $^1/_2 m v^2$ nahmen und dann alles addierten. Wir würden den ganzen Betrag von Arbeitsvermögen, den wir auf diese Weise erhalten, auch wirklich zur Verrichtung von Arbeit benutzen können, wenn wir mit jedem Molekül einzeln hantieren und jedes bis zur Erschöpfung seiner Bewegung Arbeit leisten lassen könnten, wie es uns mit einer fortfliegenden Kugel möglich ist, wenn wir also jedes Molekül für sich etwas fortziehen oder fortschieben lassen könnten. In Wirklichkeit sind wir davon weit entfernt, und ist uns das Arbeitsvermögen der Molekularbewegung, der Wärme, viel weniger zugänglich als das des Windes oder des fliefsenden Wassers. Wir lassen zwar in Dampfmaschinen und anderen Vorrichtungen die Wärme Arbeit verrichten, allein eine nähere Überlegung lehrt, dafs wir niemals alle Wärme, die in einem erwärmten Körper vorhanden ist, in unseren Dienst stellen können. Am besten ist uns dieses noch möglich, wenn die Wärme in einigen Körpern stark angehäuft ist. Sie entzieht sich dagegen unserem Bestreben, sie uns dienstbar zu machen, um so mehr, je gleichmäfsiger sie über die Materie verteilt ist. Bedenken wir nun, wie das Arbeitsvermögen sichtbarer Bewegungen stets durch Widerstände in Wärme umgesetzt wird und durch Wärmeleitung und Ausstrahlung Temperaturunterschiede ausgeglichen werden, dann kommen wir zu dem Schlufs, dafs zwar der

Betrag der Energie in der Welt unverändert bleibt, dafs sie aber fortwährend Formen annimmt, die für uns weniger zugänglich sind.

Gestatten Sie mir jetzt, Ihnen noch einige Erscheinungen vorzuführen. Ich habe an dem einen Arm dieser Wage einen Magnetstab in vertikaler Stellung aufgehängt, der durch Gewichte auf der anderen Seite im Gleichgewicht gehalten wird. Der Stab reicht zur Hälfte in den Hohlraum einer unter ihm aufgestellten Spule, um die ein dicker Kupferdraht gewickelt ist und die mit der Achse vertikal steht. Die Enden dieser Spule sind mit dem Galvanometer, das Sie hier stehen sehen, verbunden. Das Instrument ist weniger empfindlich, als das Spiegelgalvanometer, welches wir früher benutzt haben, beruht aber auf demselben Prinzip. Es besteht, wie jenes, aus Drahtwindungen um eine Magnetnadel herum, die sich aber diesmal um eine horizontale Achse dreht. Die Bewegungen derselben können Sie an diesem Zeiger beobachten. Jede Bewegung, die ich nun mit dem Magneten in vertikaler Richtung vornehme, erregt, wie Sie sehen, in der Drahtrolle einen elektrischen Strom, und zwar hat dieser Strom die eine Richtung, wenn ich den Magneten nach oben, und die entgegengesetzte, wenn ich ihn nach unten bewege.

Nun kann ein elektrischer Strom die verschiedensten Wirkungen ausüben. In dem vorliegenden Falle z. B. besteht seine Wirkung darin, dafs er den Magneten des Galvanometers in Bewegung setzt. Er hat also ein gewisses Arbeitsvermögen, und dieses kann nur dadurch entstanden sein, dafs ich eine Arbeit verrichtet habe. Ich will Ihnen nun zeigen, dafs ich in der That Arbeit thun mufs, um den Magneten zu bewegen, obgleich ich mit seinem Gewicht nichts zu thun habe, da dieses durch Gegengewichte ausgeglichen ist. Um Ihnen die Sache deutlich zu machen, hebe ich die Verbindung mit dem Galvanometer auf und leite nun einen Strom, den mir ein galvanisches Element liefert, durch die Rolle. Sie sehen, dafs der Strom, wenn er die eine Richtung hat, den Magneten nach unten zieht, und dafs, wenn er umgekehrt wird, der Stab nach oben gestofsen wird. Wenn man nun die Richtung der Ströme untersucht, so ergiebt sich das folgende. Wenn ich bei dem ersten Versuch den Magneten nach unten bewege, so errege ich in der Rolle einen Strom von solcher Richtung, dafs er den Magneten abstöfst. Um trotz dieser Abstofsung den Magneten in die Rolle einzuführen, mufs ich eine gewisse Kraft ausüben, und da ich eine Verschiebung bewirke, eine gewisse Arbeit verrichten. Ebenso mufs ich dies thun, wenn ich den Magneten aus der Rolle emporhebe. Dann entsteht nämlich ein Strom, der den Magnetstab in die Spule hineinzieht, und diese Anziehung mufs ich dann wieder überwinden. So werden Sie begreifen, dafs ich die Ströme mit ihrem Arbeitsvermögen nicht anders als durch Aufwendung von Arbeit erzeugen kann.

Der Apparat, den Sie hier sehen, die sogenannte magnetelektrische Maschine von Gramme, dient ebenfalls zur Erzeugung elektrischer Ströme durch Bewegung. Diesmal dauert der hervorgebrachte Strom solange wie wir wollen und hat fortwährend dieselbe Richtung. Ein mit Leitungsdraht umwickelter eiserner Ring wird vermittelst einer Kurbel in einem kräftigen magnetischen Felde gedreht. Dafs ich einen Strom errege, kann ich Ihnen dadurch beweisen, dafs ich diesen dünnen Platindraht zum Glühen bringe. Vertausche ich den dünnen Platindraht mit einem dicken Kupferdraht, so wird der Strom noch stärker und es wird ebenfalls Wärme entwickelt, wenn auch der Draht nicht ins Glühen kommt. Dafs nun hier Arbeit geleistet werden mufs, kann man fühlen. Es kostet mich gröfsere Anstrengung, den Ring zu drehen, wenn ich den Schliefsungsbogen, in dem sich der Strom bewegen kann, anbringe, als wenn dieser nicht da ist und also der Strom mit seiner Wärmeentwickelung nicht entsteht. Da ich Sie es nicht alle fühlen lassen kann, will ich Ihnen den Unterschied auf andere Weise zeigen. Ich gebe nämlich dem Ring zuerst eine gewisse Geschwindigkeit, lasse dann die Kurbel los und achte darauf, wie lange sie noch in Bewegung bleibt. Thue ich dies ohne Schliefsungsdraht, so macht die Kurbel noch etwa vier Umdrehungen. Wenn dagegen der Schliefsungsdraht da ist, dann ist die Bewegung viel schneller vernichtet. Die kinetische Energie des Ringes ist schneller verschwunden, wenn die Maschine Arbeit im Schliefsungsdraht verrichten mufs, als wenn nur der gewöhnliche Reibungswiderstand im Spiel ist.

Die Maschine kann noch zu etwas anderem dienen. Ich benutze dazu diese Akkumulatoren. Dieselben bestehen aus Bleiplatten, deren Oberfläche mit gewissen Bleiverbindungen bedeckt ist und die in verdünnter Schwefelsäure stehen. Wie sie jetzt hier stehen, können sie ebenso wie galvanische Elemente einen elektrischen Strom liefern, allerdings nur deshalb, weil sie vorher im Laboratorium „geladen“ worden sind. Eine Maschine, ähnlich wie diese Grammesche Maschine, aber von gröfseren Dimensionen, ist dort durch eine Dampfmaschine in Bewegung gesetzt worden, und der von jener Maschine erzeugte elektrische Strom hat in den Akkumulatoren gewisse chemische Veränderungen bewirkt, infolge deren sie nun ihrerseits einen Strom erzeugen können. Es ist also jetzt, so können wir es auch ausdrücken, in den Akkumulatoren ein Arbeitsvermögen von einer gewissen Anzahl von Erg aufgespeichert.

Ich leite nun den Strom der Akkumulatoren durch die Windungen der Grammeschen Maschine, und sofort setzt sich der Ring in Bewegung, getrieben durch die aufgespeicherte Energie. In die Kette ist aufserdem ein dünner Platindraht eingeschaltet, der ins Glühen kommt. Die Akkumulatoren verrichten also jetzt zweierlei Arbeit. Sie erzeugen in diesem Metalldraht Wärme und thun Arbeit auf den Ring, und jetzt auch auf meine Hand, die ich durch die Kurbel

fortdrücken lasse. Jetzt halte ich die Kurbel fest und sofort fängt der Draht stärker zu glühen an. Die frühere Stärke des Glühens kann ich aber dadurch wieder herstellen, dafs ich noch einen zweiten Platindraht in die Kette einschalte.

Es kommt mir nun darauf an, den letzten Fall, in dem der Ring festgehalten wurde und zwei Drähte glühten, mit dem ersten zu vergleichen, als der Ring durch den Strom gedreht wurde und nur ein Draht glühte. Da das Licht in beiden Fällen gleich stark war, kann ich versichert sein, dafs der Strom jedesmal dieselbe Stärke hatte. In den Akkumulatoren haben also in beiden Fällen dieselben Vorgänge stattgefunden. Sie haben pro Sekunde gleich viel Arbeit verrichtet, gleich viel Energie verloren. Wenn Sie dies beachten, werden Sie in dem Versuch eine Bestätigung des Gesetzes von der Erhaltung der Energie erkennen. Im ersten Falle wurde Arbeit auf den Ring gethan und es glühte ein Draht, im zweiten Fall wurde keine Arbeit auf den Ring gethan, aber dann konnten auch zwei Drähte glühen.

Ich habe mich bei diesen Erscheinungen aufgehalten, um Ihnen zu zeigen, dafs auch die elektrischen und die magnetischen Wirkungen durch das Gesetz von der Erhaltung der Energie beherrscht werden, und aufserdem, um Sie darauf hinzuweisen, wie dieses Gesetz die eine Erscheinung mit der anderen in Zusammenhang bringt und sie uns bis zu einem gewissen Grade begreiflich macht, auch wenn wir nicht den Mechanismus zu ergründen versuchen, durch den sie hervorgebracht werden. Aus der Thatsache, dafs der Magnet, wenn er in die Drahtrolle geschoben wird, in dieser einen elektrischen Strom erregt, kann man auf die Kraft schliefsen, die die Rolle, wenn sie von einem Strom durchflossen wird, auf den Magneten ausübt, und wer so auf Grund des Energiegesetzes etwas voraussagt, hat von keinem Physiker Widerspruch zu befürchten. Wir haben zu diesem Gesetze ein solches Vertrauen, dafs wir es als einen nie versagenden Führer bei dem Aufspüren neuer Erscheinungen betrachten und seinen Weisungen eine Zuverlässigkeit beilegen, die uns keine Elektronentheorie und keine Spezialtheorie irgend welcher Art bieten kann.

Allein wir dürfen in der Wertschätzung des Gesetzes auch nicht zu weit gehen. Die Verschiedenheit der Naturerscheinungen, auch schon auf dem Gebiete der Physik, ist so grofs, und der gegenseitige Zusammenhang ist so vielseitig, dafs bei weitem nicht alle Beziehungen in diesem einzigen Gesetze, so umfassend es auch sein mag, enthalten sein können. Die Betrachtung des Arbeitsvermögens kann uns nicht lehren, dafs die innere Reibung der Gase bei Verminderung der Dichtigkeit dieselbe bleiben mufs. Ebensowenig sagt sie uns, warum die Spektrallinien durch eine Bewegung der Lichtquelle verschoben und durch magnetische Kräfte verdoppelt werden. Über dies alles und über manche andere Ergebnisse unserer Beobachtung können wir uns nur

dadurch Licht verschaffen, daſs wir unter die Oberfläche der Dinge eindringen und uns die Vorgänge bis ins Einzelne vorzustellen versuchen.

In dieser Überzeugung, daſs ein Einblick in den Mechanismus der Erscheinungen unser Ziel sein muſs, habe ich Ihnen Spekulationen über den Äther, über Moleküle, Atome und Elektronen nicht erspart. Zwar sind wir uns, je weiter wir kommen, desto mehr bewuſst, wie unvollkommen unser Werk ist, und wie unsere Theorien, die fortwährend umgestaltet und verbessert und zum Teil vielleicht durch etwas ganz anderes ersetzt werden müssen, uns nur eine unvollkommene Abspiegelung von der Wirklichkeit geben. Allein so sehr ich auch hiervon überzeugt bin und so groſsen Wert ich auch darauf legte, es auszusprechen, darf ich doch wohl hoffen, daſs das, was ich Ihnen habe mitteilen können, Sie einigermaſsen befriedigt hat.

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

UNIVERSITY OF CALIFORNIA
LIBRARY

**Due two weeks after date.**

SEP 28 19..

SEP 11 1977

REC. CIR. MAR 11 '77

Lorentz. 105409 QC71 L6
Sichtbare bewegungen,
May 26'11 Stratton FEB 20 1912
28 '11 Luck OCT 2 1913
YC 91196
QC71
L6
105409